



Seguro de dependencia: aspectos generales y actuariales

Dr. Enrique Pociello

Dept. Matemàtica Econòmica, financera i actuarial

Valencia. Mayo 2003.

CONTENIDOS



- INTRODUCCIÓN
- MARCO TEÓRICO
- PLANTEAMIENTO CONTINUO
- PLANTEAMIENTO DISCRETO
- CONCLUSIONES



Seguro de dependencia: aspectos generales y actuariales

INTRODUCCIÓN

Enrique Pociello

Dept. Matemàtica Econòmica, Financera i Actuarial

Octubre 2001



CONCEPTO DE DEPENDENCIA (1)

- Aproximación al concepto
- Definición de persona dependiente

“Es dependiente la persona que, por razones ligadas a la falta o pérdida de capacidad física, psíquica o intelectual, tiene necesidad de una asistencia y/o ayuda importante para la realización de las **actividades de la vida diaria.**”

Consejo de Europa (1998)

NECESIDADES DE LAS PERSONAS DEPENDIENTES (1)

- Atención informal
- Atención formal
 - Asistencia domiciliaria (cuidados sanitarios elementales, limpieza de la casa, intervenciones especializadas, etc.)
 - Teleasistencia domiciliaria
 - Servicios diurnos (centros de día y casales de ancianos)
 - Servicios residenciales (centros socio-sanitarios, residencias asistidas, residencias para válidos, apartamentos tutelados)



DETERMINANTES DE LA DEPENDENCIA (1)

- Factores demográficos
 - Envejecimiento de la población.
 - Aumento de la esperanza de vida.

- Factores económicos
 - Prosperidad social.
 - Mejora de calidad de vida de la tercera edad.
 - Mejora del nivel educativo y de la formación.



DETERMINANTES DE LA DEPENDENCIA (2)

- Factores sociales y culturales
 - Incorporación de la mujer al mundo del trabajo.
 - Disminución del núcleo familiar.
 - Aumento de la movilidad geográfica.

SEGURO DE DEPENDENCIA (1)

Preocupación por el envejecimiento

Dificultad y Coste de la atención de la dependencia

Seguro de la dependencia



TIPOS DE PRESTACIONES (1)

- Prestaciones de hacer:
 - Servicios asistenciales de **atención formal** de la dependencia
 - Asistencia domiciliaria.
 - Teleasistencia domiciliaria.
 - Servicios diurnos.
 - Servicios residenciales.



TIPOS DE PRESTACIONES (2)

- Prestaciones de dar:
 - **Prestaciones económicas** destinadas a la atención de la dependencia.
 - Rentas o subsidios (renta de dependencia autónoma, renta de supervivencia como dependiente, etc.).
 - Capital.
 - Reembolso del gasto en asistencia en dependencia.
 - Prestaciones complementaria a otras coberturas.



MEDIDA DE LA DEPENDENCIA (1)

- Valoración geriátrica de la dependencia
 - Criterio de las AVD (Actividades básicas de la vida diaria).
 - Criterio de las AIVD (Actividades instrumentales de la vida diaria).
 - Presentación de gastos derivados de la atención de la dependencia.

MEDIDA DE LA DEPENDENCIA (2)

Criterio de las AVD	
Barthel (1965)	Katz (1963)
<ul style="list-style-type: none"> - Comer - Moverse de la silla a la cama - Higiene personal - Uso del retrete - Bañarse/ducharse - Moverse - Subir y bajar escaleras - Vestirse y desvestirse - Control de heces - Control de orina 	<ul style="list-style-type: none"> - Bañarse - Vestirse - Ir al servicio - Desplazarse - Continencia - Alimentarse



MEDIDA DE LA DEPENDENCIA (3)

Criterio de las AIVD

Lawton (1972)

- Utilizar el telefono
- Ir de compras
- Preparación de la comida
- Cuidar la casa
- Lavado de la ropa
- Uso de medios de transporte
- Responsabilidad respecto la medicación
- Gestión de asuntos económicos



Seguro de dependencia: aspectos generales y actuariales

MARCO TEÓRICO

Enrique Pociello y Javier Varea
Dept. Matemàtica Econòmica, Financera i Actuarial
Octubre 2001



MODELOS DE MÚLTIPLES ESTADOS (1)

■ Definición

- Modelos actuariales pensados para operaciones que contemplan otros estados del asegurado además de los estados de supervivencia y fallecimiento

■ Ventajas

- Versatibilidad de modelización.
- Adaptabilidad a las características de los seguros de salud.

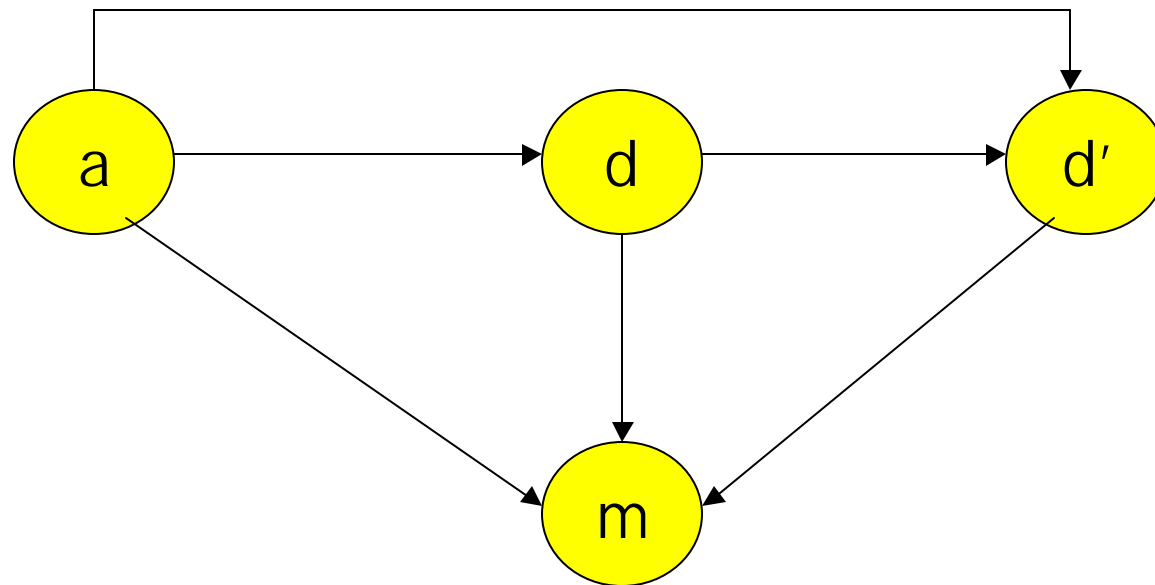


MODELOS DE MÚLTIPLES ESTADOS (2)

- Descripción actuarial de la operación
 - Estados de la operación:
 - Estados transitivos
 - Estados absorbentes
 - Transiciones de estado
 - Diagrama de transiciones

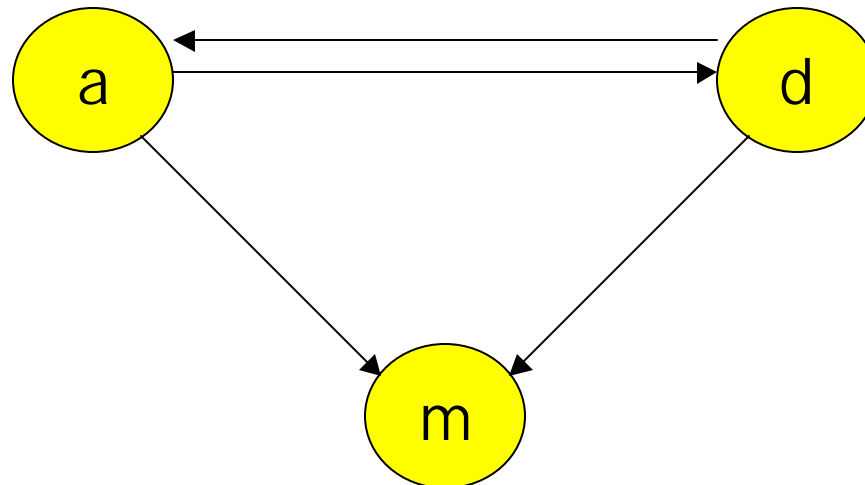
MODELOS DE MÚLTIPLES ESTADOS (3)

- Modelo con dos niveles de dependencia



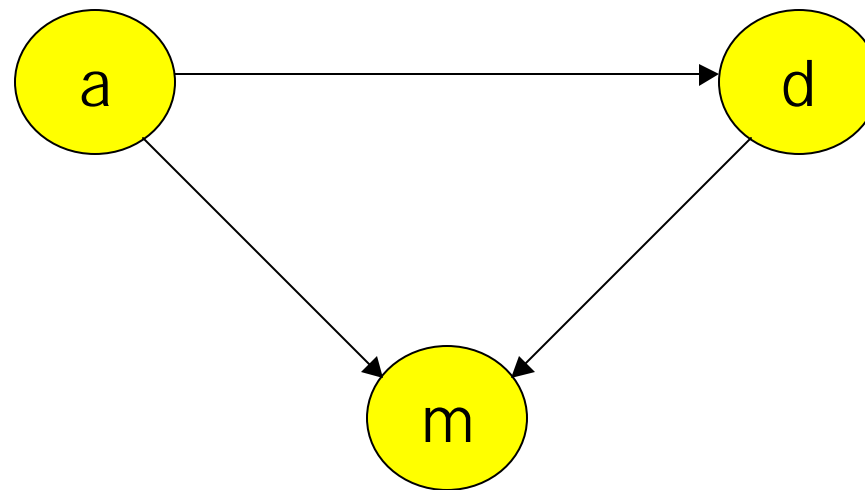
MODELOS DE MÚLTIPLES ESTADOS (4)

- Modelo con un solo nivel de dependencia reversible



MODELOS DE MÚLTIPLES ESTADOS (5)

- Modelo simplificado con un nivel de dependencia no reversible





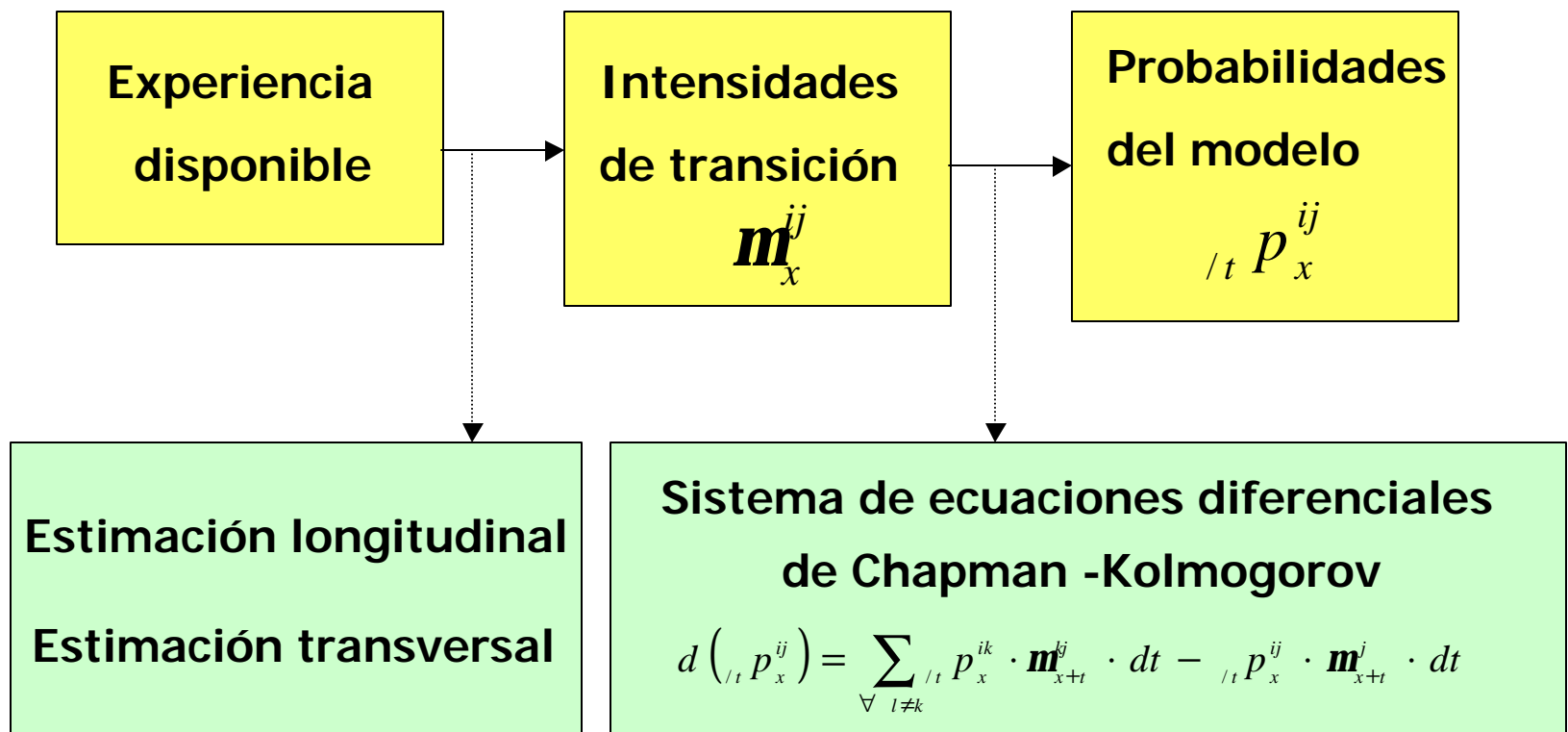
ESTRUCTURA PROBABILÍSTICA (1)

- Modelo continuo en el tiempo
 - Proceso estocástico de Markov continuo en el tiempo
 - Seguimiento de la evolución de estado del asegurado a lo largo de cada instante en que dura la operación.

- Modelo discreto en el tiempo
 - Proceso estocástico de Markov discreto en el tiempo.
 - Seguimiento de la evolución de estado del asegurado por periodos discretos de tiempo (años).

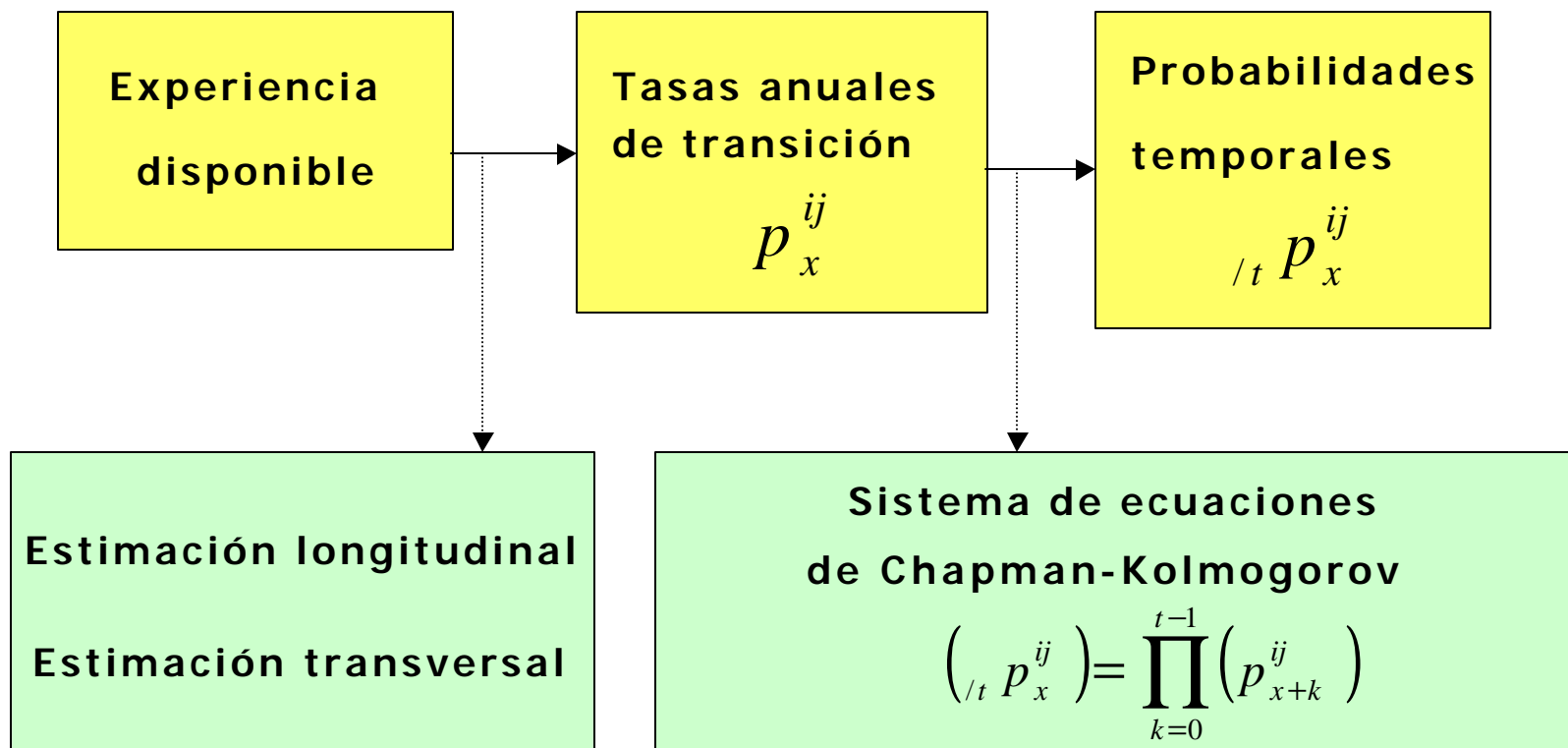
ESTRUCTURA PROBABILÍSTICA (2)

- Modelo continuo en el tiempo



ESTRUCTURA PROBABILÍSTICA (3)

- Modelo discreto en el tiempo





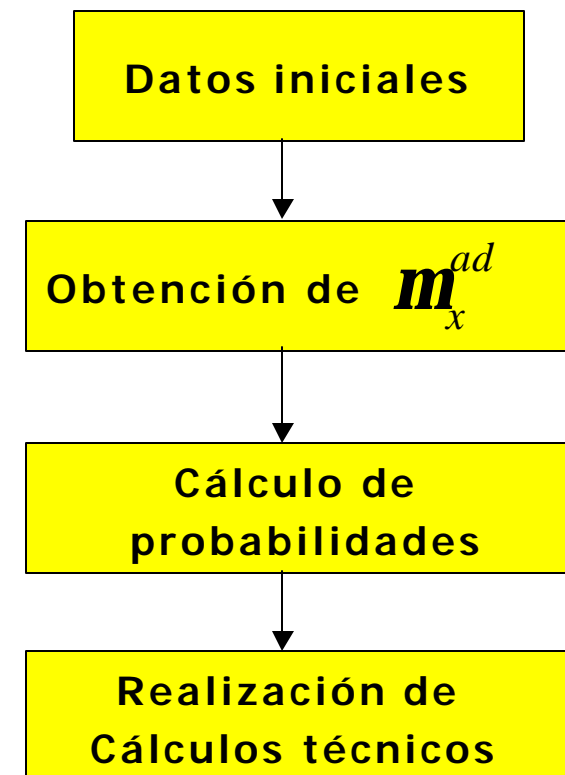
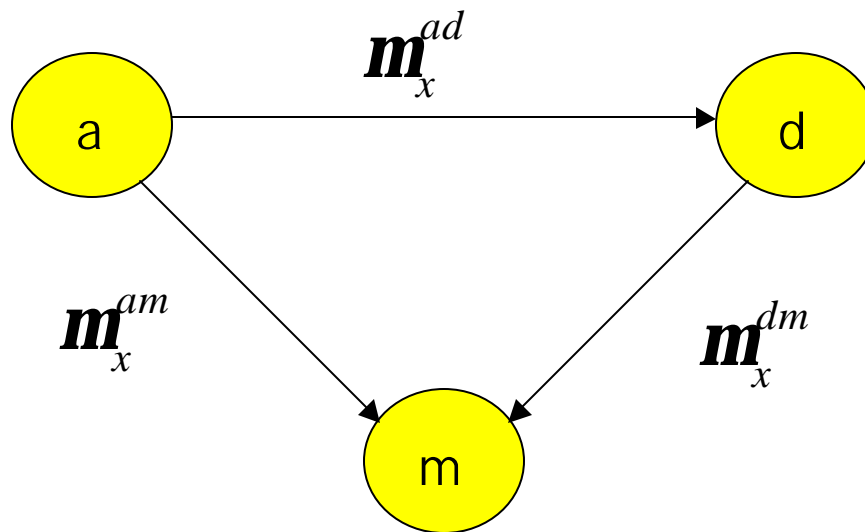
Seguro de dependencia: aspectos generales y actuariales

PLANTEAMIENTO CONTINUO

Enrique Pociello y Javier Varea
Dept. Matemàtica Econòmica, Financera i Actuarial
Octubre 2001

ESTRUCTURA ACTUARIAL (1)

- Modelización de la operación
- Proceso de elaboración





ESTRUCTURA ACTUARIAL (2)

- Datos iniciales

- Tasas de prevalencia de la dependencia

$$I_x = \frac{\text{Personas dependient es de edad } x}{\text{Total de personas de edad } x}$$

- Tasas instantaneas de fallecimiento

$$m_x^{am} = a \cdot e^{b \cdot x} \quad m_x^{dm} = a \cdot e^{b \cdot (x+z)}$$

ESTRUCTURA ACTUARIAL (3)

- Hipótesis

" m_x^{ad} permanece constante a lo largo de cada edad "

$$m_{x+t}^{ad} = s_{r+1} \quad \forall t \in [0, 1]$$

- Consecuencias de la aceptación de la hipótesis

$$1 \quad {}_{/t}P_x^{aa} = e^{-s_{r+1} \cdot t} \cdot e^{-a/b (e^{b(x+t)} - e^{b \cdot x})} \quad t \leq 1$$

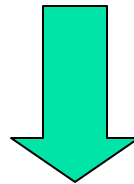
$$2 \quad {}_{/t}P_x^{ad} \cong e^{-a/b (e^{b(x+z+t)} - e^{b \cdot x}) + a/b (e^{b(x+z)} - e^{b \cdot x})} (e^{b \cdot t/2} - e^{b \cdot t/2} \cdot b \cdot t/2)$$

$$s_{r+1} \cdot \frac{e^{-s_{r+1} \cdot t + a (e^{b(y+z)} - e^{b \cdot x}) \cdot e^{b \cdot t/2} \cdot t - 1}}{-s_{r+1} + a (e^{b(y+z)} - e^{b \cdot x}) \cdot e^{b \cdot t/2}} \quad t \leq 1$$

ESTRUCTURA ACTUARIAL (4)

- Relación entre la tasa de prevalencia y las probabilidades del modelo

$$I_x = \frac{{}_t/x-x_0 P_{x_0}^{ad}}{{}_t/x-x_0 P_{x_0}^{aa} + {}_t/x-x_0 P_{x_0}^{ad}}$$



- Obtención de los valores anuales de m_x^{ad}

ESTRUCTURA ACTUARIAL (5)

- Cálculo de probabilidades
 - Resolución del sistema de ecuaciones diferenciales de Chapman-Kolmogorov

$${}_{/t}P_x^{aa} = e^{-\int_0^t \mathbf{m}_{x+u}^{ad} + \mathbf{m}_{x+u}^{am} du}$$

$${}_{/t}P_x^{ad} = e^{-\int_0^t \mathbf{m}_{x+s}^{dm} ds} \left(\int_0^t {}_{/u}P_x^{aa} \cdot \mathbf{m}_{x+u}^{ad} \cdot e^{\int_0^u \mathbf{m}_{x+s}^{dm} ds} du \right)$$

$${}_{/t}P_x^{dd} = e^{-\int_0^t \mathbf{m}_{x+u}^{dm} du}$$

ESTRUCTURA ACTUARIAL (6)

■ Cálculo de primas

$$\begin{aligned} \overline{a}_x^{-LTC} &= \int_0^{+\infty} {}_tP_x^{ad} \cdot (1+i)^{-t} dt \\ \overline{P}_{x:m}^{-LTC} &= \frac{\int_0^{+\infty} {}_tP_x^{ad} \cdot (1+i)^{-t} dt}{\overline{a}_{x:m}^{-aa}} = \frac{\int_0^{+\infty} {}_tP_x^{ad} \cdot (1+i)^{-t} dt}{\int_0^m {}_tP_x^{aa} \cdot (1+i)^{-t} dt} \end{aligned}$$

■ Cálculo de la reserva matemática

$${}_tV_x^a = \overline{a}_x^{-LTC} - \overline{P}_{x:m}^{-LTC} \cdot \overline{a}_{x+t:m-t}^{-aa} \quad 0 \leq t \leq m$$

$${}_tV_x^a = \overline{a}_x^{-LTC} \quad t > m$$

$${}_tV_x^i = \int_0^{+\infty} {}_uP_{x+t}^{dd} \cdot (1+i)^{-u} du$$

APLICACIÓN PRÁCTICA (1)

- Datos sobre fallecimiento

$$m_x^{am} = 0.000114 \cdot e^{0.082141 \cdot x}$$

$$m_x^{dm} = 0.000114 \cdot e^{0.082141 \cdot (x+5)}$$

- Otros datos

- $i = 0.04 = 4\%$
- Edad = 50 años
- Periodo primas : 15 años

- Tasas de prevalencia de dependencia

x	I_x
52-56	0.02450
57-61	0.03280
62-66	0.07220
67-71	0.07220
72-76	0.08030
77-81	0.14610
82-86	0.22520
+87	0.31390

Fuente: OPCS (1991)

APLICACIÓN PRÁCTICA (2)

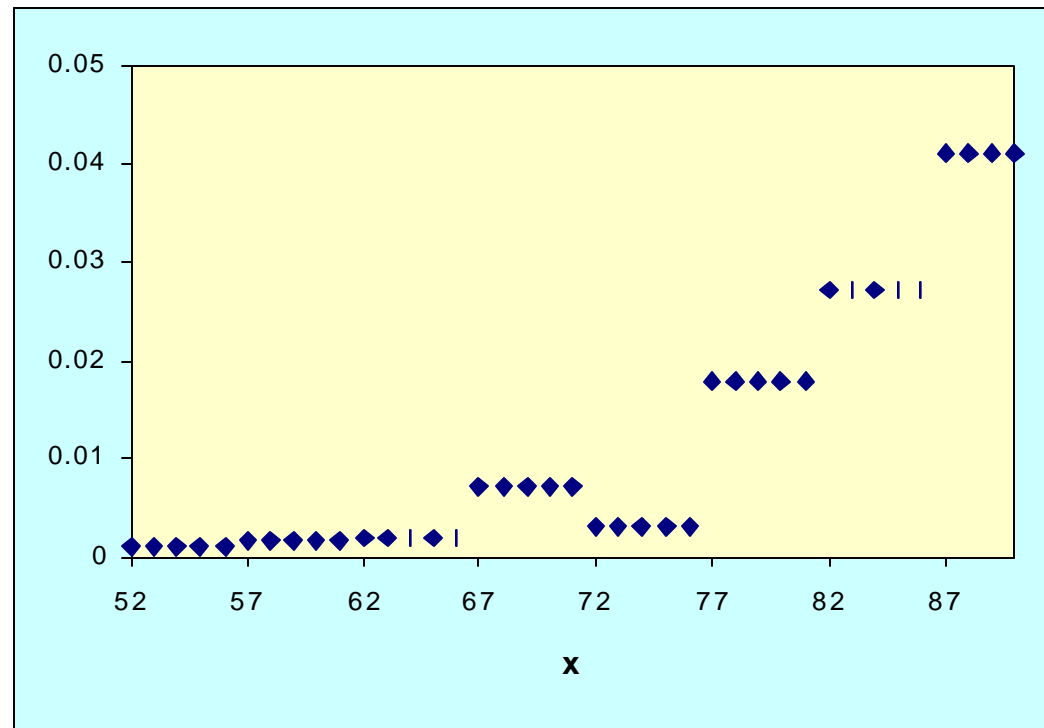
■ Estimación de m_x^{ad}

x	m_x^{ad}
52-56	0.001165
57-61	0.001845
62-66	0.002100
67-71	0.007195
72-76	0.003110
77-81	0.017980
82-86	0.027144
+87	0.041172

Fuente: OPCS (1991)

APLICACIÓN PRÁCTICA (3)

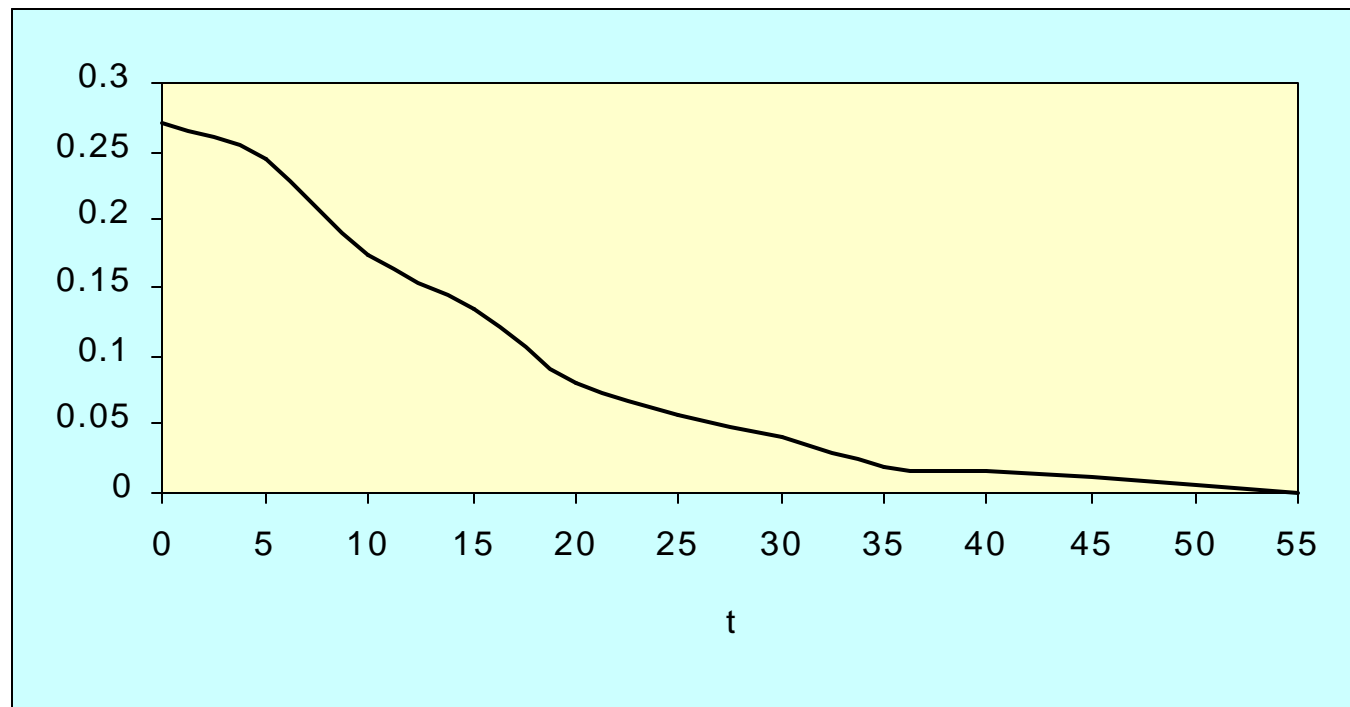
■ Representación gráfica de m_x^{ad}



Fuente: OPCS (1991)

APLICACIÓN PRÁCTICA (4)

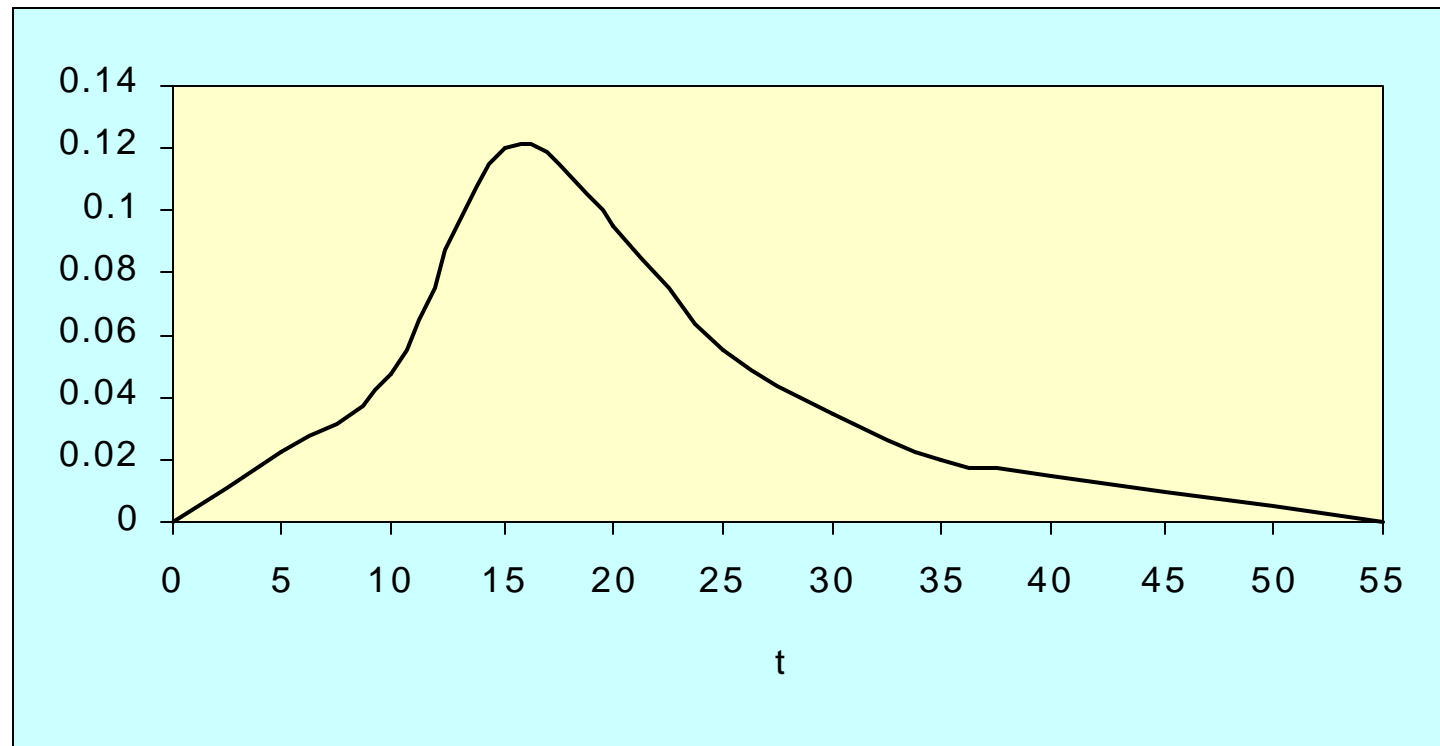
- Cálculo de la reserva matemática (prima única)



Fuente: Olivieri, A. (1996)

APLICACIÓN PRÁCTICA (5)

- Cálculo de la reserva matemática (prima nivelada)



Fuente: Olivieri, A. (1996)



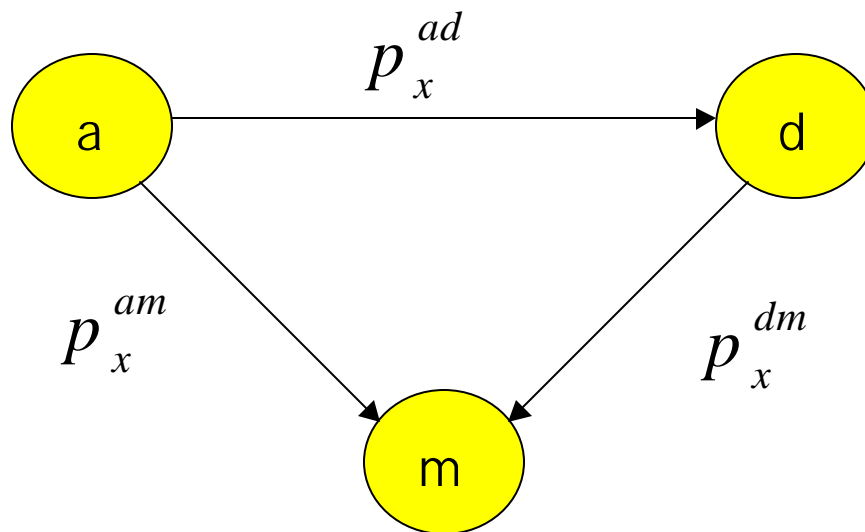
Seguro de dependencia: aspectos generales y actuariales

PLANTEAMIENTO DISCRETO

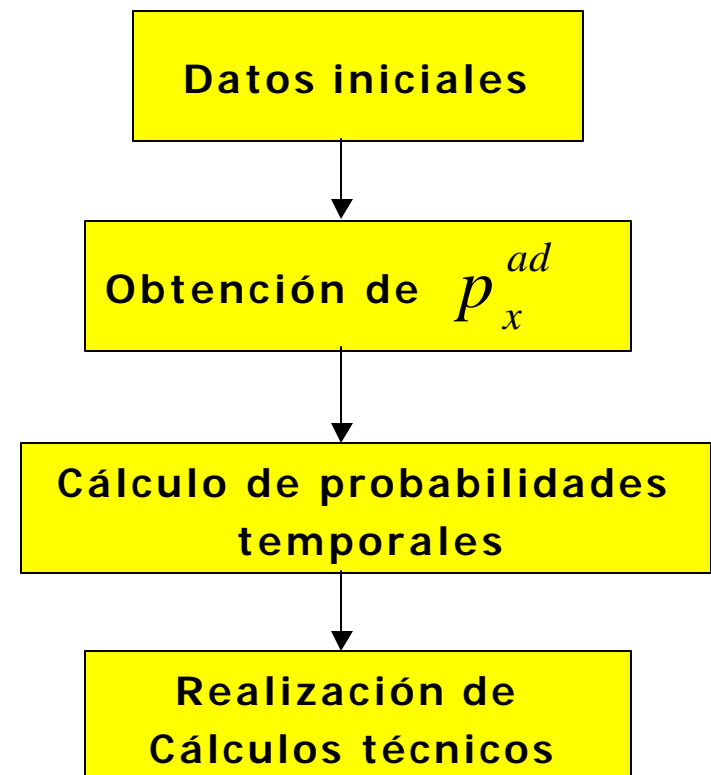
Enrique Pociello y Javier Varea
Dept. Matemàtica Econòmica, Financera i Actuarial
Octubre 2001

ESTRUCTURA ACTUARIAL (1)

- Modelización de la operación



- Esquema de trabajo





ESTRUCTURA ACTUARIAL (2)

- Datos iniciales

- Tasas de prevalencia de la dependencia

$$I_x = \frac{\text{Personas dependient es de edad } x}{\text{Total de personas de edad } x}$$

- Probabilidades de fallecimiento

$$p_x^{am} < p_x^{dm} = p_x^{am} \cdot (1 + \mathbf{a})$$

ESTRUCTURA ACTUARIAL (3)

- Obtención de p_x^{ad}

$$\begin{array}{ccccc}
 l_x & \xrightarrow{\quad} & l_x^d & \xrightarrow{\quad} & l_x^a \\
 & \downarrow \text{dotted} & & \downarrow \text{dotted} & \\
 & l_x^d = l_x \cdot I_x & & l_x^a = l_x - l_x^d &
 \end{array}$$

$$l_{x+1}^d = l_x^d \cdot p_x^{dd} + l_x^a \cdot p_x^{ad} - l_x^d \cdot p_x^{dm}$$



$$p_x^{ad} = \frac{l_{x+1}^d - l_x^d \cdot p_x^{dd} + l_x^d \cdot p_x^{dm}}{l_x^a}$$

ESTRUCTURA ACTUARIAL (4)

- Cálculo de probabilidades temporales a partir de la matriz de transición

$$M_{x:x+1} = \begin{pmatrix} p_x^{aa} & p_x^{ai} & p_x^{am} \\ 0 & p_x^{dd} & p_x^{dm} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad {}_{/t}M_x = \begin{pmatrix} {}_{/t}p_x^{aa} & {}_{/t}p_x^{ai} & {}_{/t}p_x^{am} \\ 0 & {}_{/t}p_x^{dd} & {}_{/t}p_x^{dm} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$${}_{/t}M_x = \prod_{i=0}^{t-1} M_{x+i} = M_x \cdot M_{x+1} \cdots M_{x+t-1}$$

ESTRUCTURA ACTUARIAL (5)

■ Cálculo de primas

$$a_x^{LTC} = \sum_{\forall t} {}_tP_x^{ad} \cdot (1+i)^{-t}$$

$$P_{x:m}^{LTC} = \frac{\sum_{\forall t} {}_tP_x^{ad} \cdot (1+i)^{-t}}{a_{x:m}^{aa}} = \frac{\sum_{\forall t} {}_tP_x^{ad} \cdot (1+i)^{-t}}{\sum_{\forall t \leq m} {}_tP_x^{aa} \cdot (1+i)^{-t}}$$

■ Cálculo de reserva matemática

$${}_tV_x^a = a_x^{LTC} - P_{x:m}^{LTC} \cdot a_{x+t:m-t}^{aa} \quad 0 \leq t \leq m$$

$${}_tV_x^a = a_x^{LTC} \quad t > m$$

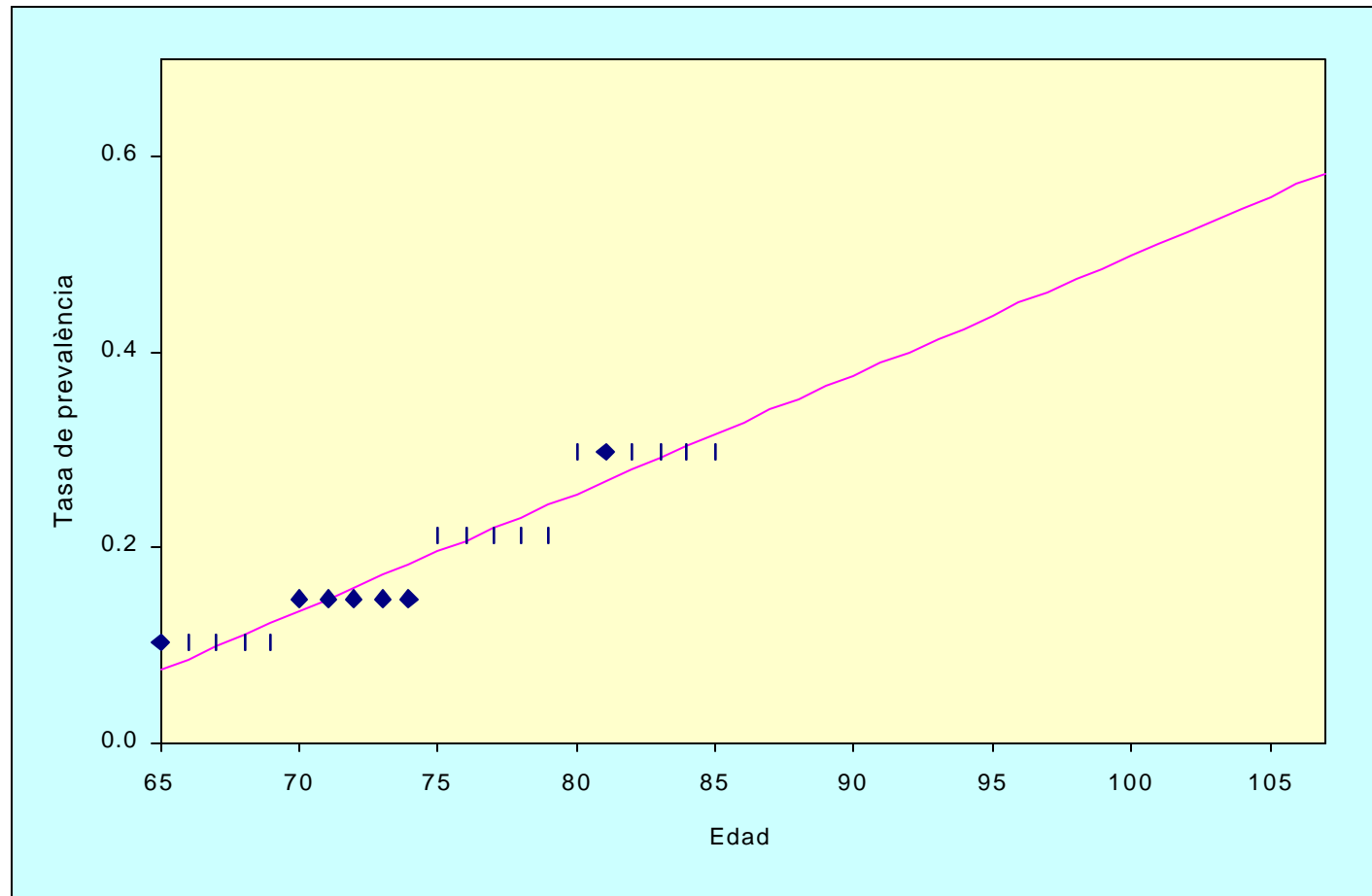
$${}_tV_x^d = \sum_{\forall u} {}_uP_{x+t}^{dd} \cdot (1+i)^{-u}$$

Aplicación práctica (1)

x	I_x	\hat{I}_x
65	0.101	0.07422
66	0.101	0.08631
67	0.101	0.09841
68	0.101	0.11051
69	0.101	0.12261
70	0.148	0.13470
71	0.148	0.14680

Fuente: PHOGUE (1994)

Aplicación práctica (2)

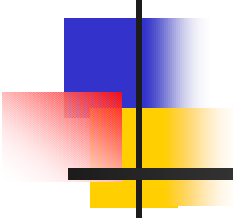


Fuente: Elaboración propia

Aplicación práctica (3)

x	\hat{l}_x	l_x	l_x^a	l_x^d	P_x^{ad}
65	0.07422	1.000.000	925.784	74.216	0.01305
66	0.08631	982.312	897.525	84.787	0.01940
67	0.09841	963.251	868.456	94.795	0.02129
68	0.11051	942.746	838.565	104.181	0.02335
69	0.12261	920.731	807.844	112.887	0.02562
70	0.13470	897.144	776.296	120.848	0.02810
71	0.14680	871.932	743.932	128.000	0.03083

Fuente: Elaboración propia



Seguro de dependencia: aspectos generales y actuariales

CONCLUSIONES

Enrique Pociello y Javier Varea
Dept. Matemàtica Econòmica, Financera i Actuarial
Octubre 2001



CONCLUSIONES (1)

- Problemática técnica del seguro de dependencia.
- Conveniencia de utilización de bases técnicas propias y generación de las mismas.
- Ventajas e inconvenientes de la modelización continua en el tiempo.
- Ventajas e inconvenientes de la modelización discreta en el tiempo.