LOS MODELOS MULTIFACTORIALES DE VALORACIÓN DE ACTIVOS: UN ANÁLISIS EMPÍRICO COMPARATIVO*

Belén Nieto

WP-EC 2001-19

Correspondencia a: Belén Nieto, Universidad de Alicante. Depto. de Economía Financiera, Contabilidad y Marketing. Campus de San Vicente del Raspeig. 03071 Alicante. Tlf.: 96 590 36 21 / Ext: 3158 / Email: Belen.Nieto@ua.es.

Editor: Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas, S.A.
Primera Edición Septiembre 2001
Depósito Legal: V-3775-2001

* Quiero agradecer a Gonzalo Rubio su inestimable aportación a este trabajo como parte de la tesis doctoral que he realizado bajo su dirección y tutela. Mis agradecimientos son también para los miembros del tribunal de la tesis, Juan Carlos Gómez Sala, Miguel Angel Martínez, Alfonso Novales, Ignacio Peña y Rosa Rodríguez, por sus valiosos comentarios. Por último, agradezco las observaciones del evaluador anónimo del IVIE.

LOS MODELOS MULTIFACTORIALES DE VALORACIÓN DE ACTIVOS: UN ANÁLISIS EMPÍRICO COMPARATIVO

Belén Nieto

RESUMEN

Este trabajo consiste en la contrastación empírica de cinco de los modelos de factores más representativos en materia de valoración: el CAPM estándar, el modelo de tres factores de Fama y French, un CAPM condicional, el modelo intertemporal sin consumo de Campbell y un APT general en el que los factores se aproximan mediante la técnica de los componentes principales asintóticos. Aunque el objetivo del estudio reside en la comparación y ordenación de tales modelos en base al buen ajuste a los datos de nuestro mercado bursátil, en la primera parte del trabajo se realiza una estimación tradicional de las primas de riesgo de los factores que considera cada modelo para analizar su significatividad. Después, la estimación por el Método Generalizado de los Momentos, utilizando como matriz de ponderaciones la propuesta por Hansen y Jagannathan (1997), nos permitirá la comparación entre los distintos modelos. Los resultados de ambas partes son consistentes entre sí e indican un mejor comportamiento de los modelos condicionales.

Palabras clave: valoración de activos, modelos multi-beta, variables financieras

ABSTRACT

There are a lot of theoretical and empirical literature of models of price formation in securities markets, based on the relationship between the expected return on assets and different measures of its risk. Using monthly returns for size-based portfolios from January 1982 to December 1998 we investigate the empirical specification of some multi-factor models in the Spanish stock market. The work has a double aim: to analyze if the betas of the factors considered in each model have a significant role in the explanation of the returns, and to compare the performance of the different models. We consider three static models: the standard CAPM, the three factor model by Fama and French and an APT with asymptotic principal components as risk factors; and two conditional models: a conditional CAPM and the intertemporal model by Campbell (1993). We find that conditional models do a better job than static models.

Key words: asset pricing, multi-beta models, financial ratios

1. Introducción.

La cuantificación de la relación entre rentabilidad y riesgo ha sido un punto fundamental en la teoría de valoración de activos desarrollada en la economía financiera moderna. Sobre esta base surge el primer modelo de valoración: el *"Capital Asset Pricing Model"* (CAPM), un modelo de un único periodo basado en la teoría de la eficiencia media-varianza desarrollada por Markowitz (1959), según el cual la rentabilidad esperada de un activo debe ser una función lineal y positiva de la covarianza entre su rentabilidad y la de la cartera de mercado (Sharpe (1964) y Lintner (1965)). Esta covarianza representa una medida de riesgo de mercado, también llamado riesgo beta, y es el único responsable, según el modelo, de los cambios en la rentabilidad esperada de los activos. Sin embargo, aunque la evidencia empírica muestre que los activos con alta beta ofrecen mayores rentabilidades que los de baja beta, esto no es suficiente para aceptar el modelo. De hecho, los resultados de los contrastes sobre el mismo y con datos de diferentes mercados internacionales, no son nada satisfactorios (Black, Jensen y Scholes (1972), Gibbons (1982), Shanken (1985) y Rubio (1988), entre otros).

Dada la evidencia anterior, se podría pensar que son necesarios más factores de riesgo sistemático para explicar las variaciones en la rentabilidad. Basado en este argumento, Ross (1976) desarrolla la *"Arbitrage Pricing Theory"* (APT), a partir de la cual se obtiene una generalización del CAPM en la que se permiten múltiples factores de riesgo. Al igual que en el CAPM tenemos que identificar la cartera de mercado, en esta especificación del modelo también es necesario saber a priori cuántos y cuáles serán los factores de riesgo común, para poder contrastarlo empíricamente.[1]

En este sentido, existen dos aproximaciones, una teórica y otra estadística, que permiten seleccionar los factores. Dentro de la aproximación teórica podemos distinguir dos categorías principales. Una de ellas propone la utilización de variables macroeconómicas que sean capaces de capturar los riesgos sistemáticos de la economía (Chen, Roll y Ross (1986)). La otra, se basa en la especificación de ciertas características de las empresas, distintas al riesgo beta, a partir de las cuales se puedan explicar las diferencias en la sensibilidad de sus activos hacia el riesgo sistemático. A partir de los 80, podemos encontrar gran cantidad de literatura relacionada con estas características, de las cuales las más importantes se resumen en: el tamaño (Banz

[1] Sin embargo, existe una diferencia fundamental en la obtención de estos dos modelos: mientras que en el CAPM la única fuente de riesgo sistemático, el rendimiento de la cartera de mercado, es consecuencia del comportamiento optimizador de los agentes y del vaciado del mercado, en el APT sólo se supone un determinado modelo factorial y la ausencia de oportunidades de arbitraje.

(1981)), las empresas pequeñas tienen mayores betas de mercado, aunque no lo suficientemente altas para explicar sus mayores rentabilidades medias; ratios que relacionan medidas contables con el valor de mercado de las empresas (Basu (1983), Rosenberg, Reid y Lanstein (1985), Fama y French (1992)), las empresas con mayores ratios están expuestas a un mayor riesgo no recogido en el riesgo beta y que está asociado a sus características financieras; el *momentum* (Jegadeesh y Titman (1993)), la rentabilidad actual de un activo depende de su comportamiento en los 3 o 12 meses anteriores. Dentro de esta segunda línea de modelos multifactoriales en los que los factores se estiman a partir de estas características, encontramos el propuesto por Fama y French (1993). Se trata de un modelo de tres factores que se aproximan a partir de tres carteras de coste cero: la primera replica el riesgo de mercado, la segunda el riesgo debido a la característica del tamaño y la tercera el riesgo relacionado con el cociente entre el valor contable y el valor de mercado de la empresa.

La aproximación estadística en la selección de factores se caracteriza por la no necesidad de la identificación previa de los factores del modelo y se basa en la construcción de carteras, a partir del conjunto de las rentabilidades de los activos muestrales, que representan a los factores de riesgo sistemático, cualesquiera que éstos sean. Entre las técnicas utilizadas en este tipo de selección de factores podemos destacar el análisis factorial o los componentes principales y componentes principales asintóticos (Connor y Korajczyk (1986, 1988)).

Ahora bien, los modelos de múltiples betas no sólo surgen como consecuencia de la consideración de factores de riesgo adicionales al mercado basados en argumentos de arbitraje, en un contexto estático. Otro fundamento que origina modelos de factores múltiples se encuentra en el ámbito intertemporal. En los modelos intertemporales los nuevos factores se basan en argumentos de equilibrio y surgen para captar las variaciones en el tiempo en las oportunidades de inversión, que provocan que los individuos estén expuestos a una serie de riesgos que no aparecen en un entorno estático. Existen distintas versiones de modelos multifactoriales desarrollados sobre las bases del *"Intertemporal Capital Asset Pricing Model"* de Merton (1973); nosotros nos ocuparemos del modelo de valoración intertemporal sin consumo de Campbell (1993), en el que los factores son, además del mercado, una serie de variables cuya característica es poder predecir la rentabilidad futura.

Por último, también existe una clase de modelos multifactoriales asociados a modelos condicionales. En este caso, la aparición de varias betas no se debe a razones de cobertura como en los modelos intertemporales, sino al hecho de que el riesgo beta, tradicionalmente constante, cambia con la nueva información disponible en cada momento de tiempo. De esta forma, aparecen en el modelo factores relacionados con las características financieras de las empresas que reflejan los cambios en el riesgo de sus activos como consecuencia de la información disponible en cada momento económico. El ejemplo más destacable es el CAPM Condicional de Jagannathan y Wang (1996).

El objetivo de este trabajo es el estudio empírico de cuatro de los modelos de múltiples betas mencionados en las líneas anteriores además de un CAPM estándar. Por un lado, trataremos de analizar la capacidad explicativa de los factores de riesgo considerados en cada uno de ellos mediante estimaciones de sección cruzada y los correspondientes contrastes de significatividad. Por otro, realizaremos un análisis comparativo que permita ordenar los modelos en función de su capacidad de ajuste a los datos de nuestra muestra.

En la sección dos de este trabajo, se describen los datos utilizados. En el siguiente apartado se detallan los modelos en cuestión, que son: el CAPM estándar; el modelo de tres factores de Fama y French (1993); un CAPM condicional en el que se utilizan como variables predictoras de la prima por riesgo y, por tanto, como responsables de los cambios en la beta, la rentabilidad por dividendos y el cociente entre valor contable y valor de mercado, ambas variables agregadas; el modelo intertemporal de Campbell (1993), en el que las variables que predicen la rentabilidad son la propia rentabilidad del mercado, la rentabilidad por dividendos y el cociente valor contable-valor de mercado; y un modelo con tres factores en el que éstos se aproximan con la técnica de los componentes principales asintóticos. A continuación, se describen y emplean dos técnicas de estimación y contraste de los modelos que nos permitirán alcanzar dos objetivos diferentes. Por un lado, en el apartado cuatro, se analiza en sección cruzada la significatividad de las betas de los factores considerados en cada modelo utilizando la metodología propuesta por Fama y MacBeth (1973). Por el otro, en el quinto apartado, se vuelven a estimar los modelos anteriores, mediante el Método Generalizado de los Momentos, con el fin, ahora, de comparar el ajuste de cada uno de ellos a los datos de nuestra muestra mediante la medida de ajuste propuesta por Hansen y Jagannathan (1997). Por último, se presentan las conclusiones del estudio.

2. Datos.

Los datos utilizados son de frecuencia mensual y se refieren al periodo comprendido entre enero de 1982 y diciembre de 1998.

Como variable que intentaremos explicar se usa la rentabilidad de diez carteras ordenadas por capitalización. En el cálculo de sus rentabilidades, así como de las de dos índices del mercado, se han utilizado los precios de un total de 167 acciones de empresas que han cotizado en bolsa española algún periodo dentro del considerado. En la determinación de los títulos que componen cada cartera durante todo un año, con fecha 31 de diciembre del año anterior se ordenan de menor a mayor capitalización bursátil los activos vigentes de la muestra y se reparten entre diez grupos, asignando un número aproximadamente igual de títulos a cada uno de ellos. Dado que la composición de las carteras se revisa anualmente, en el momento de hacer el reparto de títulos, se impone como requisito que el activo que entre a formar parte de una cartera se mantenga cotizando al menos todo el año siguiente. La rentabilidad de cada cartera se obtiene como media de las rentabilidades de los activos que la componen. La rentabilidad del mercado se obtiene como la rentabilidad media de los activos de la muestra. Se representa mediante dos índices: uno equiponderado y otro ponderado por la capitalización de cada activo en diciembre del año anterior.

Como rentabilidad del activo libre de riesgo se ha utilizado, en el periodo 1982-1987, el equivalente mensual de los tipos de interés a un año de los Pagarés del Tesoro, y hasta 1998 el tipo de interés mensualizado de las letras a un año en el mercado secundario.

Relacionadas con las variables explicativas o factores de riesgo de los distintos modelos analizados en el trabajo, han participado tres variables más: el tamaño, el ratio entre valor contable y valor de mercado y la rentabilidad por dividendos.

Como medida del tamaño de cada activo de la muestra en cada mes se ha utilizado el logaritmo de la capitalización bursátil de la empresa, calculada tomando el número de acciones de la empresa en diciembre del año anterior por el precio de las mismas ese mes. El tamaño de cada cartera es la media de los tamaños de las empresas que la componen.

En el cálculo del ratio valor contable-valor de mercado de cada empresa, la información contable ha sido extraída de los balances de situación de cada activo de la muestra a finales de cada año, información presentada por la Comisión Nacional del Mercado de Valores, para el periodo posterior a 1990. Los datos contables del periodo entre 1982 y 1989, se han obtenido a partir de los anexos al Boletín de Cotización publicados trimestralmente por las bolsas de comercio de Madrid, Barcelona, Bilbao y Valencia. En estas publicaciones se ofrece la información más relevante contable y financiera de las empresas que cotizan en bolsa. El numerador de este ratio para una empresa cualquiera en el momento t, viene dado por el valor de los recursos propios de la empresa a 31 de diciembre del año anterior y se mantiene constante desde enero hasta diciembre de cada año. Las partidas que constituyen los recursos propios son, en términos generales, capital, reservas de cualquier tipo, pérdidas y ganancias del periodo y beneficios pendientes de distribuir. El denominador se obtiene multiplicando el número de acciones de tal empresa por su precio, ambas variables referidas al mes anterior. Una vez calculada esta variable para cada activo de la muestra, la correspondiente agregada resulta de la media aritmética de las respectivas individuales.

La rentabilidad por dividendos como variable agregada se obtiene como media equiponderada de la rentabilidad por dividendos de cada empresa de la muestra. Esta variable individual se calcula, para un mes determinado, como el cociente de la suma de los dividendos repartidos por la empresa en los doce meses anteriores al presente entre el precio de sus acciones en el mes anterior.

3. Modelos multifactoriales de valoración de activos.

En este apartado del trabajo vamos a describir brevemente los cuatro modelos multifactoriales, además del tradicional CAPM de Sharpe-Lintner-Black, que después se estimarán y que son: el modelo de Fama y French (1993), un CAPM condicional, el modelo intertemporal de Campbell (1993) sin consumo y un modelo en el que los factores se estiman mediante la técnica de los componentes principales asintóticos.

CAPM estándar.

En nuestro análisis de modelos de valoración de betas se hace necesario comenzar por el modelo estático más conocido y contrastado. El CAPM es un modelo de equilibrio que considera un único factor de riesgo común en la explicación de la rentabilidad media de los activos. Este factor es la llamada cartera de mercado que presuntamente representa la rentabilidad del mercado en su conjunto y, en la práctica, se aproxima mediante la rentabilidad de algún índice de renta variable. Más concretamente, el modelo establece una relación lineal y positiva entre la rentabilidad esperada de cualquier activo y su covarianza con la rentabilidad de la cartera de mercado.

$$E(R_i) = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_i \quad \forall i = 1,2,..., N \qquad (1)$$

Donde E es el operador esperanza, R_i la rentabilidad del activo i y β_i es la medida de riesgo sistemático que recibe el nombre de beta de mercado, dada su definición,

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_m)}{Var(R_m)} \tag{2}$$

siendo R_m la rentabilidad del mercado.

<u>Modelo de tres factores de Fama y French</u>.

Dada la débil relación encontrada entre rentabilidades de activos y su beta con el mercado (Sharpe (1964), Lintner (1965)) o su beta con el consumo (Breeden (1979)), Fama y French (1993) proponen un modelo de valoración que emplea otras variables para intentar explicar las rentabilidades en sección cruzada. En base a la evidencia anterior hallada por autores como Banz (1981), que encuentran un efecto tamaño en las rentabilidades, o Basu (1983) y Rosenberg, Reid y Lansteim (1985) que muestran la relación existente entre éstas y ratios financieros como el beneficio respecto del precio o el cociente entre el valor contable y el valor de mercado (BM), estos autores, en su trabajo de 1992, realizan regresiones de sección cruzada de las rentabilidades de carteras con distinto criterio de formación sobre tales variables, además de la beta de mercado. Sus principales resultados fueron: la beta no contiene información sobre los cambios en las rentabilidades de sección cruzada, existe efectivamente una relación negativa y significativa entre las rentabilidades y el tamaño de las carteras, y una relación positiva y significativa entre las rentabilidades y el cociente valor contable-valor de mercado de las mismas. Como conclusión, plantean la posibilidad de que las pendientes de la regresión de sección cruzada de las rentabilidades sobre el tamaño y el cociente sean rentabilidades que aproximen factores de riesgo común relacionados con estas características.

Con el trabajo de 1992 como punto de partida, Fama y French (1993) proponen un modelo que relaciona las rentabilidades esperadas de los activos con tres factores de riesgo. El primero de ellos es una cartera de coste cero que produce la rentabilidad en exceso de la cartera de mercado sobre un activo libre de riesgo, y los otros dos son carteras de los activos existentes en la economía relacionadas dos características de los mismos, que son el tamaño (SMB_t) y el cociente BM (HML_t). La relación propuesta es la siguiente:

$$E(R_{it}) - R_{ft} = \beta_i^m E(R_{mt} - R_{ft}) + \beta_i^{SMB} E(SMB_t) + \beta_i^{HML} E(HML_t) \tag{3}$$

donde R_{ft} es el tipo de interés libre de riesgo.

Para la construcción de los factores, cada año se ordenan los activos de la muestra en función de su valor de mercado en diciembre del año anterior, asignándolos a dos grupos: pequeños (*S*) y grandes (*B*). Del mismo modo y de forma independiente, se clasifican los activos en tres grupos según su cociente valor contable-valor de mercado en diciembre del año anterior: alto ratio (*H*), medio (*M*) y bajo (*L*). De las intersecciones entre los grupos de tamaño y BM surgen seis carteras (*SH*, *SM*, *SL*, *BH*, *BM* y *BL*), donde, por ejemplo, la cartera *SH* está formada por los activos que pertenecen al grupo pequeño según tamaño y además al grupo de alto BM. *SMB* es una cartera que replica al factor tamaño y se obtiene como diferencia entre la rentabilidad media de las tres carteras de activos pequeños (*SH*, *SM* y *SL*) y la rentabilidad media de las carteras de activos grandes (*BH*, *BM* y *BL*). HML_t es una cartera que replica al factor BM y se obtiene como diferencia entre la rentabilidad media de las dos carteras con alto ratio (*SH* y *BH*) menos la de las carteras con bajo ratio (*SL* y *BL*).

En al tabla 1, se presenta un resumen de los principales estadísticos descriptivos de las diez carteras utilizadas como variables dependientes así como de los factores de riesgo de este modelo. Como podemos ver en su parte superior, la rentabilidad media de las carteras disminuye conforme aumentamos el tamaño de las mismas, encontrando una diferencia de más de un 1 % mensual entre las dos carteras extremas. Así ocurre también en lo que se refiere a su variabilidad, aunque las desviaciones estándares de las carteras 3 a la 9 son aproximadamente las mismas. En el bloque inferior de la tabla aparecen los estadísticos referidos a los factores de riesgo. La rentabilidad de la cartera de mercado se ha obtenido como media aritmética de las rentabilidades de todos los activos de la muestra. Presenta una media y una desviación que coinciden prácticamente con las medias de estos momentos entre las diez carteras. Los factores de tamaño y BM ofrecen rentabilidades medias mucho más pequeñas y similares (en torno al 0.5 %) y con desviaciones relativamente altas. Ninguno de los tres factores presenta relación temporal, ofreciendo autocorrelaciones prácticamente iguales a cero a partir del segundo retardo. En cuanto a las correlaciones cruzadas, como cabría esperar dada su construcción, *SMB* y *HML* apenas están correlacionados (0.07), mientras que las correlaciones entre estos factores y el mercado son 0.46 y 0.32 respectivamente.

TABLA 1. Estadísticos descriptivos. Factores Fama y French.

Cartera	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Media	3.2114	2.2247	2.0441	2.4008	2.3980	2.1631	1.8641	1.9853	1.7048	1.9068
Desvia.	11.856	9.2031	8.6187	7.8377	8.2204	7.8311	7.5755	7.7369	7.2984	6.4555

			Autocorrelaciones					Correlaciones		
	Media	Desvia.	1	2	5	12	20	Rm	SMB	HML
Rm	2.2007	7.4186	0.275	-0.024	0.021	0.074	-0.044	1	0.4622	0.3258
SMB	0.5055	3.5995	0.054	0.050	0.060	0.261	0.028	0.4622	1	0.0703
HML	0.5089	3.6996	0.090	0.092	-0.021	0.028	-0.018	0.3258	0.0703	1

Los estadísticos de esta tabla se refieren a datos del mercado español de capitales en el periodo comprendido entre enero de 1982 y diciembre de 1998. En la parte superior se presentan las rentabilidades medias y las desviaciones estándares, ambas expresadas en tantos por cien, de diez carteras de tamaño construidas con todos los activos de la muestra que constituirán las variables a explicar por los modelos contrastados en este trabajo. En el bloque inferior, los estadísticos se refieren a tres factores de riesgo: la rentabilidad de un índice equiponderado de los activos de la muestra y los factores de tamaño y ratio valor contable-valor de mercado de Fama y French (1993).

CAPM condicional.

La lógica e intuitiva teoría que soporta al CAPM hace que hoy en día siga siendo utilizado, a pesar de que los resultados empíricos ofrecidos por muchos trabajos que lo analizan no lo apoyen (Banz (1981), Reinganum (1981), Gibbons (1982), Basu (1983), Shanken (1985), Rubio (1988)). Quizás el problema no esté en la especificación del modelo en sí mismo, sino en la falta de realismo en los supuestos que lo sustentan. Por ejemplo, el CAPM es un modelo de un único periodo y, sin embargo, en las pruebas realizadas sobre el mismo es necesario utilizar series temporales de datos, lo cual implica suponer que las betas de los activos se mantienen constantes en el tiempo. Esto es poco razonable, ya que la rentabilidad esperada y las betas dependen de la información disponible en cada momento del tiempo y, por tanto, varían con el mismo[2]. Desde este punto de vista, Jagannathan y Wang (1996) asumen una versión condicional del CAPM estático en la que se consideran los cambios en las variables debidos al conocimiento de nueva información para contrastar la capacidad del modelo en la explicación de las variaciones en sección cruzada de la rentabilidad media de un conjunto de carteras. Según esta versión del modelo, la rentabilidad esperada de los activos, basada en la información disponible hasta ese momento de tiempo (I_{t-1}), está linealmente relacionada con su beta, en este caso condicional.

[2] Autores como Harvey (1989) y Ferson y Harvey (1991, 1993), entre otros, comprueban que las betas de los modelos de valoración se muestran variables en el tiempo.

$$E(R_{it} / I_{t-1}) = \gamma_{0t-1} + \gamma_{1t-1}\beta_{it-1} \tag{4}$$

siendo
$$\beta_{it-1} = \frac{Cov(R_{it}, R_{mt} / I_{t-1})}{Var(R_{mt} / I_{t-1})} \tag{5}$$

donde γ_{0t-1} denota la rentabilidad esperada condicional de una cartera de beta cero y γ_{1t-1} la prima por riesgo condicional del mercado.

Tomando expectativas en ambos lados de (4), podemos escribir la rentabilidad esperada incondicional de cualquier activo como función lineal de su beta esperada y de la sensibilidad beta-prima, de forma que tenemos un modelo incondicional de dos factores, en el que se espera obtener una mayor rentabilidad de aquellos activos para los cuales se espere no sólo un mayor riesgo beta, sino también una mayor variabilidad de ese riesgo asociado a los cambios en la prima de riesgo esperada.

Por último, tan sólo falta aproximar la prima por riesgo condicional para tener caracterizadas todas las variables. En este sentido, está generalmente aceptado que los precios de los activos varían con el ciclo de negocios. Así podemos suponer que ocurre también con la prima por riesgo e intentar predecirla a partir de variables que contengan información sobre el ciclo de negocios futuro. Jagannathan y Wang (1996) utilizan como predictor del ciclo un diferencial entre tipos de interés. Nosotros, en base a los resultados de un trabajo previo (Nieto (2001)), hemos escogido la rentabilidad de los dividendos pagados por las empresas (DY) y el cociente entre valor contable y valor de mercado (BM), ambos considerados de forma agregada, por su mostrada capacidad en la predicción de la rentabilidad futura. Así, supondremos que la prima por riesgo es función lineal de estas variables y el modelo a contrastar será:

$$E(R_{it}) = \gamma_0 + \gamma_m\beta_i + \gamma_{bm}\beta_i^{bm} + \gamma_{dy}\beta_i^{dy} \tag{6}$$

Si observamos los estadísticos descriptivos de los factores de este modelo (tabla 2), podemos ver que BM y DY presentan fuerte dependencia temporal con autocorrelaciones todavía de 0.5 después de 20 retardos, así como también una importante correlación entre ellas (0.94), que será tenida en cuenta a la hora de estimar el modelo.

TABLA 2. Estadísticos descriptivos. Factores CAPM Condicional.

			Autocorrelaciones					Correlaciones		
	Media	Desvia.	1	2	5	12	20	Rm	BM	DY
Rm	2.2007	7.4186	0.275	-0.024	0.021	0.074	-0.044	1	0.1047	0.0648
BM	130.97	94.254	0.987	0.974	0.927	0.813	0.560	0.1047	1	0.9397
DY	4.168	2.275	0.975	0.948	0.875	0.723	0.454	0.0648	0.9397	1

Los estadísticos de esta tabla se refieren a los tres factores considerados en el modelo que se estudia: la rentabilidad de un índice equiponderado de todos los activos de la muestra (Rm), el cociente entre valor contable y valor de mercado agregado (BM) y la rentabilidad por dividendos (DY) también agregada, obtenidos con datos del mercado español de capitales en el periodo comprendido entre enero de 1982 y diciembre de 1998. La media y la desviación estándar están expresadas en tantos por cien.

Modelo intertemporal sin consumo.

En esta sección, vamos a enunciar el modelo de valoración intertemporal propuesto por Campbell (1993) utilizando ahora una especificación alternativa del mismo que nos va a permitir englobarlo dentro de los modelos de múltiples betas estudiados. Pero antes, recordemos brevemente su fundamento.

El autor, a partir de la función de utilidad establecida por Epstein y Zin (1989) y Weil (1989) en la que las preferencias de los individuos no se suponen independientes en el tiempo ni entre los distintos estados de la naturaleza, obtienen un modelo multifactorial maximizando la utilidad esperada de la riqueza sujeta a una restricción presupuestaria que se aproxima log-linealmente mediante su expansión de Taylor alrededor del ratio medio entre la riqueza no consumida y la total. A partir de ahí, y añadiendo algún supuesto adicional como es la normalidad logarítmica en las variables, consigue establecer un modelo en el que la rentabilidad esperada de los activos en exceso sobre un activo libre de riesgo es función lineal de un conjunto de factores que vienen representados en forma de covarianzas entre la rentabilidad de los activos y la del mercado, en el caso del primer factor, y entre la rentabilidad de los activos y otras variables con capacidad de predicción para la rentabilidad futura.

$$E_t(R_{it}) - R_{ft} = b_m \sigma_{im,t} + b_{sc} \sum_{k=1}^{K} \lambda_k \sigma_{ik,t} \tag{7}$$

con $\sigma_{im,t} = \sigma_{i1,t} = Cov(r_{it}, \varepsilon_{1t})$ y $\sigma_{ik,t} = Cov(r_{it}, \varepsilon_{kt})$, $\forall k = 1,..., K$ (8)

$r_{it} = \ln(R_{it} + 1)$ y ε_{kt} los errores del siguiente vector autorregresivo K-dimensional:

$$Z_t = AZ_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (9)$$

en el que el primer componente de Z_t es la rentabilidad del mercado y el resto, como hemos dicho antes, variables que sean capaces de predecir la rentabilidad. Por último, λ_k son los precios con los que se pondera cada factor de riesgo y resultan de una combinación de los parámetros del VAR de la ecuación referida a tal factor.

La principal contribución de este modelo a la teoría de valoración intertemporal es la no utilización de datos de consumo, que, en general, están medidos con error.

Podemos reescribir la ecuación (7) en términos de betas multiplicando y dividiendo cada covarianza por la varianza del error del factor que se trate.

$$E_t(R_{it}) - R_{ft} = \gamma_m \beta_{\varepsilon i}^{m} + \gamma_2 \beta_{\varepsilon i}^{2} + ... + \gamma_K \beta_{\varepsilon i}^{K} \qquad (10)$$

La equivalencia entre los parámetros de esta ecuación (10) y el modelo original (ecuación (7)) es la siguiente:

$$\gamma_m = \frac{b_m + b_{sc}\lambda_1}{Var(\varepsilon_{1t})} \quad \text{y} \quad \gamma_k = b_{sc}\frac{\lambda_k}{Var(\varepsilon_{kt})} \;, \;\; \forall k = 2,...,K \qquad (11)$$

siendo

$$\beta_{\varepsilon i}^{m} = \frac{Cov(r_{it}, \varepsilon_{1t})}{Var(\varepsilon_{1t})} \quad \text{y} \quad \beta_{\varepsilon i}^{k} = \frac{Cov(r_{it}, \varepsilon_{kt})}{Var(\varepsilon_{kt})} \;, \; \forall k = 2,...,K$$

Como variables del VAR, además de la rentabilidad del mercado, hemos escogido para este estudio el cociente entre valor contable y valor de mercado agregado y la rentabilidad por dividendos agregada, tanto por la capacidad de predicción de la rentabilidad que muestran como por un probado mejor comportamiento del modelo que las incluye (Nieto (2001)). Por tanto, aquí vamos a analizar el siguiente modelo de tres factores:

$$E_t(R_{it}) - R_{ft} = \gamma_m \beta_{\varepsilon i}^{m} + \gamma_{bm} \beta_{\varepsilon i}^{bm} + \gamma_{dy} \beta_{\varepsilon i}^{dy} \qquad (12)$$

En un principio, podríamos pensar que se trata del mismo modelo del apartado anterior: la versión condicional del CAPM en la que se utilizan el cociente BM y la rentabilidad de los dividendos como predictores de la prima por riesgo. Sin embargo, la filosofía de cada uno de ellos hace que se trate de modelos completamente diferentes. En el modelo analizado aquí, las betas de BM y de DY surgen de la sustitución de la variable consumo en un modelo intertemporal por otras que contengan información sobre al rentabilidad futura. Por ello, las variables explicativas del mismo no son las covarianzas entre la rentabilidad de las carteras y los factores, sino las covarianzas entre la rentabilidad de las carteras y las innovaciones en los factores, es decir, y los errores del VAR. En el CAPM condicional, la aparición de estas betas como riesgos adicionales al de mercado, se debe a su característica condicional, mediante la cual se permite que la beta y la prima por riesgo cambien con la información disponible en cada momento del tiempo, información que, en este caso, aportan estas dos nuevas variables.

Componentes principales asintóticos como factores de riesgo.

Por último, vamos a estimar y contrastar, de nuevo, las restricciones que implican una versión del *"Arbitrage Pricing Theory"* (APT) de Ross (1976). Sin embargo, en este caso, se trata de un modelo mucho más general que los estudiados en las secciones anteriores, puesto que no haremos supuestos sobre la identidad de los factores de riesgo que, presumiblemente, dirigen el comportamiento de los precios de los activos.

Consideremos un APT como modelo de múltiples betas, basado en el siguiente proceso generador de los rendimientos de los activos:

$$R_{it} = E(R_{it}) + \sum_{k=1}^{K} \beta_{ik} F_{kt} + e_{it} \quad , \quad i = 1,2,...N \tag{13}$$

en el que F_{kt} son las innovaciones en los factores de riesgo sistemático.

La versión en equilibrio del APT anterior implica, por tanto, que el rendimiento esperado de los activos sea función lineal y creciente de las betas asociadas a los factores de riesgo, suponiendo la existencia de un activo libre de riesgo,

$$E(R_{it}) = R_{ft} + \sum_{k=1}^{K} \gamma_{kt} \beta_{ik} \tag{14}$$

siendo γ_{kt} las primas de riesgo esperadas de los factores.

Combinando las expresiones (13) y (14):

$$R_{it} - R_{ft} = \sum_{k=1}^{K} \tilde{F}_{kt} \beta_{ik} + e_{it} \qquad (15)$$

donde $\tilde{F}_{kt} = \gamma_{kt} + F_{kt}$ es la prima de riesgo realizada por el factor k, que, por otro lado, no es observable.

Sin embargo, para poder contrastar el modelo es necesario identificar los factores de riesgo sistemático. Una alternativa ha sido trabajar con variables macroeconómicas (Chen, Roll y Ross (1986)), lo cual implica presuponer que éstas son efectivamente factores relevantes. Otra, sin embargo, no precisa la identificación de los factores de riesgo, puesto que utiliza los rendimientos de unas carteras que los replican, cualesquiera que éstos sean. Se trata de la técnica de los componentes principales asintóticos de Connor y Korajczyk (1988), cuyo fundamento reside en escoger los componentes (f_{kt}) que recojan la mayor parte de la información contenida en la matriz de varianzas y covarianzas de los rendimientos y, por tanto, puedan ser considerados aproximaciones de los verdaderos factores de riesgo común desconocidos ($\tilde{F}_{kt}$) y utilizarlos como sus sustitutos en (15), siempre que el número de activos de la muestra sea lo suficientemente grande.

Para la obtención de los componentes principales utilizamos la matriz de covarianzas de la rentabilidad en exceso de todos los activos que cotizan durante todo el periodo muestral que abarca el estudio, esto es, desde enero de 1982 a diciembre de 1998. Esto supone un total de 47 activos. Una vez calculada esta matriz, se obtienen sus vectores propios y se escogen los tres vectores asociados a los mayores valores propios de la misma. Estos serán tomados como aproximaciones de los factores del modelo.

En la tabla 3, se detallan algunos estadísticos que describen las variables estimadas. Como vemos, sus medias son valores relativamente pequeños debido a que las observaciones se encuentran en un rango de variación de –25 % a 25 %, aproximadamente, variación que resulta en una desviación típica del 7 %, similar a la de los dos índices de mercado. Lo más interesante de esta tabla está en el bloque inferior donde se recogen las correlaciones entre los dos índices del mercado y los factores aproximados. Una correlación con el primer factor de más del 98 % para el índice equiponderado y del 85 % para el ponderado, nos anuncia que éste factor es un buen representante de la variación de los activos de nuestra muestra[3]. A continuación, corroboraremos este indicio mediante regresiones de serie temporal de los dos índices de mercado sobre los factores estimados. Una regresión de la rentabilidad en exceso del mercado sobre estos tres factores estimados nos indicará la cantidad de información que incorporan los mismos. Y, aunque una alta correlación entre el mercado y los factores no sea suficiente para garantizar que éstos son correctos, un coeficiente de determinación bajo sí indicaría una falta de factores idóneos.

TABLA 3. Estadísticos descriptivos. Componentes principales asintóticos.

	f_1	f_2	f_3
Media	0.012059	0.011085	-0.006520
Mediana	0.008932	0.005282	-0.004215
Máximo	0.257268	0.260980	0.284368
Mínimo	-0.284140	-0.209835	-0.405335
Desviación	0.069137	0.069301	0.069881
Skewness	0.094073	0.067161	-0.418575
Kurtosis	5.275111	3.974150	10.48124
Correlaciones			
Rm equiponderado	0.9860	0.0268	0.0096
Rm ponderado	0.8537	0.1389	-0.0989
f_1	1	0.0280	-0.0164
f_2	0.0280	1	-0.0150
f_3	-0.0164	-0.0150	1

Esta tabla se basa en 204 observaciones mensuales comprendidas en el periodo de enero de 1982 a diciembre de 1998. Las variables denotadas por f_k aproximan factores de riesgo y han sido obtenidas utilizando la técnica de los componentes principales asintóticos siguiendo a Connor y Korajczyk (1988) aplicada a la totalidad de activos de nuestra muestra con rentabilidad disponible en todo el periodo. Rm denota la rentabilidad de un índice de mercado que se obtiene como media aritmética de las rentabilidades de todos los activos, si es equiponderado, o ponderando éstas mediante la capitalización de los activos.

En la tabla 4, tenemos los resultados de la estimación de la regresión antes indicada, tomando como rentabilidad del mercado tanto la del un índice equiponderado, panel A, como la del índice ponderado por valor, panel B. Como podemos ver, sólo considerando el primer factor se obtienen una pendiente prácticamente igual a uno y con

[3] Los vectores propios de la matriz de covarianzas, que aproximan los factores de riesgo en este modelo, han sido cambiados de signo para un mejor entendimiento de la intuición en la que descansa esta técnica. En realidad los factores aproximados presentan la correlación indicada en el texto con la rentabilidad del mercado, pero con signo negativo. El hecho de cambiar el signo de todos los componentes de los vectores no afecta a los resultados puesto que, por un lado, se mantienen los requisitos en los que se basa su elección: recogen la mayor parte de la información contenida en las varianzas y covarianzas de los activos y son ortogonales, y por otro, siempre podemos hacer transformaciones lineales de las columnas de una matriz si éstas son linealmente independientes.

un estadístico t altísimo, lo cual produce un coeficiente de ajuste superior al 97 %. La incorporación de los otros dos factores apenas incrementa los R^2 de las siguientes regresiones, aunque el segundo factor también resulta estadísticamente significativo. En cuanto a las regresiones en las que la variable dependiente es el índice de mercado ponderado, podemos observar un descenso en los coeficientes de ajuste con respecto al índice anterior. El incremento en los R^2 al pasar de la regresión con un sólo factor a las de dos y tres factores es más visible que antes, indicando, como también podemos comprobar en la significatividad de los factores dos y tres, que éstos también contienen información sobre el índice ponderado.

TABLA 4. Estimaciones MCO de $R_{mt} - R_{ft} = \alpha + \beta_1 f_1 + \beta_2 f_2 + \beta_3 f_3 + e_t$

	α	β_1	β_2	β_3	R^2	R^2 ajustado
Panel A: Indice equiponderado						
1 factor	0.001297	1.061152*			0.9720	0.9719
	1.463	83.778				
2 factores	0.000625	1.062807*	0.058895*		0.9750	0.9748
	0.734	88.561	4.919			
3 factores	0.000589	1.062894*	0.058975*	-0.005144	0.9751	0.9747
	0.688	88.376	4.915	-0.432		
Panel B: Indice ponderado						
1 factor	0.003052	0.844810*			0.7300	0.7287
	1.206	23.371				
2 factores	0.001215	0.849329*	0.160823*		0.7566	0.7542
	0.498	24.674	4.683			
3 factores	0.000456	0.851195*	0.162538*	-0.109991*	0.7692	0.7658
	0.190	25.329	4.848	-3.309		

Esta tabla se basa en 204 observaciones mensuales comprendidas en el periodo de enero de 1982 a diciembre de 1998. Las variables denotadas por f_k aproximan factores de riesgo y han sido obtenidas utilizando la técnica de los componentes principales asintóticos siguiendo a Connor y Korajczyk (1988) y aplicada a la totalidad de activos de nuestra muestra con rentabilidad disponible en todo el periodo. R_m denota la rentabilidad de un índice de mercado que se obtiene como media aritmética de las rentabilidades de todos los activos, si es equiponderado, o ponderando éstas mediante la capitalización de los activos. Debajo de las estimaciones aparecen los estadísticos t de significatividad individual. * indica un 5 % de nivel de significación y ** un 10%.

Dados los resultados de la estimación anterior, sobre todo los referentes al índice equiponderado, parece innecesario añadir más factores a este APT. De hecho, en un trabajo de Rubio (1995) que utiliza ésta misma técnica para estimar los factores de riesgo de un modelo multifactorial con datos de rentabilidades mensuales para el periodo 1980-1990, se obtiene un R^2 de 98.5 % en la regresión con 5 factores para un índice equiponderado y un 98.8 % considerando 10 factores, niveles de correlación muy poco superiores a los obtenidos aquí. Al igual que ocurre en este trabajo, también obtiene coeficientes menores con el índice ponderado por valor.

Ahora bien, como anunciábamos antes, para que las aproximaciones de los factores sean correctas, es necesario que el número de activos empleado en su obtención sea suficientemente grande, y 47 activos no parecen ser demasiados. Con el fin de solventar este inconveniente, estimamos los factores por subperiodos, de forma que el número de activos que coticen en cada submuestra sea mayor. Así, repetimos el procedimiento dividiendo el periodo total en tres partes: periodo 1982-1986, con 79 activos, periodo 1987-1991, con 79 activos y periodo 1992-1998, con 91 activos, pero los resultados no fueron, en general, diferentes: clara relevancia del primer componente, y significatividad relativa de los otros en las regresiones para los índices de mercado, y coeficientes de determinación ligeramente superiores en las dos primeras partes de la muestra.

4. Estimaciones a la Fama y MacBeth.

Nuestro objetivo, en este apartado, es analizar si los factores de riesgo considerados en cada uno de los modelos son capaces de explicar los cambios en sección cruzada de la rentabilidad de los activos de nuestra muestra, formada por diez carteras de capitalización reconstruidas cada año. Para ello, los parámetros se estiman utilizando la metodología de Fama y MacBeth (1973). Se trata de un método de estimación por MCO en dos etapas: en la primera etapa se estiman, en serie temporal y con datos previos a la siguiente etapa, las betas de los factores que considere cada modelo y en la segunda etapa, se realiza una regresión de sección cruzada para explicar la rentabilidad de los activos y para cada momento del tiempo, tomando como regresores las betas estimadas en la etapa anterior.

En la tabla 5 se presentan las estimaciones medias de los parámetros de las T regresiones de sección cruzada para los cinco modelos analizados, sus correspondientes estadísticos de significatividad individual calculados con el error estándar que resulta de dividir por raíz de T la desviación estándar de la serie en el tiempo de estimadores de gama, y sus p-valores. La tabla se divide en cinco bloques correspondientes a los cinco modelos enunciados en la sección anterior. Para las estimaciones del panel A, se ha empleado como rentabilidad del mercado la del índice equiponderado de los activos de la muestra y para las del panel B el índice ponderado por valor.

TABLA 5. Estimaciones a la Fama y MacBeth

	Panel A: Indice equiponderado				Panel B: Indice ponderado			
	γ_o	γ_1	γ_2	γ_3	γ_o	γ_1	γ_2	γ_3
CAPM estándar: $R_{it} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t}\beta_{it} + u_{it}$								
Estimador	0.8497	0.6584			1.6950	-0.2313		
Estadístico t	1.126	0.705			1.682	-0.214		
p-valor	0.262	0.482			0.095	0.830		
Modelo de Fama y French: $R_{it} - R_{ft} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t}\beta_{it}^{m} + \gamma_{2t}\beta_{it}^{SMB} + \gamma_{3t}\beta_{it}^{HML} + u_{it}$								
Estimador	0.1631	0.5722	0.2298	-0.3987	0.4058	0.3600	0.1467	-0.3278
Estadístico t	0.200	0.665	0.737	-0.524	0.445	0.367	0.461	-0.439
p-valor	0.842	0.507	0.462	0.601	0.657	0.714	0.646	0.661
CAPM condicional: $R_{it} = \gamma_{0t} + \gamma_{mt}\beta_{it} + \gamma_{bmt}\beta_{it}^{bm} + \gamma_{dyt}\beta_{it}^{dy} + u_{it}$								
Estimador	0.3338	1.5059	-13.0052	-0.2529	0.2170	1.4824	-23.3483	-0.5828
Estadístico t	0.429	1.415	-1.479	-0.910	0.215	1.433	-1.782	-1.382
p-valor	0.668	0.159	0.141	0.364	0.830	0.154	0.077	0.169
Modelo de Campbell: $R_{it} - R_{ft} = \gamma_{0t} + \gamma_{mt}\beta_{\varepsilon it}^{m} + \gamma_{bmt}\beta_{\varepsilon it}^{bm} + \gamma_{dyt}\beta_{\varepsilon it}^{dy} + u_{it}$								
Estimador	0.7266	0.2075	-2.3485	0.0453	0.5733	0.5773	0.0655	0.0495
Estadístico t	0.892	0.213	-1.309	0.667	0.632	0.605	0.022	0.514
p-valor	0.374	0.831	0.193	0.506	0.528	0.546	0.982	0.608
Modelo de componentes principales asintóticos: $R_{it} - R_{ft} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t}\beta_{it}^{1} + \gamma_{2t}\beta_{it}^{2} + \gamma_{3t}\beta_{it}^{3} + u_{it}$								
Estimador	0.3626	0.340	0.1144	0.8872				
Estadístico t	0.529	0.439	0.131	0.683				
p-valor	0.598	0.662	0.896	0.496				

En esta tabla se presentan los resultados de la estimación a la Fama y MacBeth de los modelos que encabezan cada bloque. Las variables dependientes de la muestra son las rentabilidades mensuales de diez carteras de tamaño para el periodo comprendido entre enero de 1982 y diciembre de 1998. Las variables independientes son las betas de los distintos factores que emplea cada modelo y son estimadas mediante regresiones de serie temporal con sesenta datos previos al momento de tiempo en el que se realiza la estimación de corte transversal. Los estimadores de las primas de riesgo en los modelos de sección cruzada son las medias en el tiempo de la serie que se obtiene al estimar la regresión en cada momento del tiempo y están expresados en tantos por cien. Su estadístico t de significatividad individual se calcula con la varianza de la serie temporal de estimadores dividida por el tamaño muestral.

El primer modelo estimado es el CAPM estándar, para el cual las betas de mercado de las diez carteras se estiman, en la primera etapa, con el modelo de mercado. Los resultados, como cabría esperar dada la evidencia empírica previa con datos de nuestro país (Basarrate y Rubio (1994), Gallego, Gómez y Marhuenda (1992), Sentana (1995) y Rubio (1988,1991)), no son muy satisfactorios. Como podemos ver, la prima por riesgo es relativamente pequeña y bastante variable, lo que hace que resulte estadísticamente insignificativa[4]. Cuando tomamos como rentabilidad del mercado el índice ponderado por valor (panel B) los resultados son todavía peores: la prima por riesgo no sólo es pequeña sino que además es negativa y algo más variable, resultando ser estadísticamente igual a cero con una probabilidad del 83 %.

Por tanto, como podíamos esperar, parece que el CAPM no se cumple para los activos de nuestro mercado. O bien la rentabilidad del mercado no es un factor relevante de riesgo común y será necesario buscar otros factores con mayor poder de explicación para las rentabilidades, o bien es incorrecto utilizar un índice del mercado bursátil para aproximar la rentabilidad del mercado total, o quizás alguno de los supuestos que sustentan el modelo sea demasiado restrictivo y haga que estas conclusiones no sean válidas.

Para estimar el modelo de Fama y French, estimaremos previamente las betas de los factores con la siguiente regresión de serie temporal:

$$R_{it} - R_{ft} = \alpha_{it} + \beta_{it}^{m}(R_{mt} - R_{ft}) + \beta_{it}^{SMB} SMB_t + \beta_{it}^{HML} HML_t + e_{it} \ , \ \forall t = t-60, t-59, \ldots, t-1 \quad (16)$$

Podríamos haber utilizado un modelo equivalente al de mercado para cada uno de los factores con rentabilidades en excesos. Sin embargo, estimar así la beta de cada factor de forma independiente quizás no fuera lo más correcto, puesto que vimos en los estadísticos descriptivos que *SMB* y *HML* están correlacionados con el mercado. Por eso, hemos decidido considerar los tres factores en la misma regresión. Podemos detenernos unos instantes en comentar los resultados de esta estimación en serie temporal, aunque no se presentan, ya son algo diferentes a los obtenidos por Fama y French (1993). En primer lugar, la pendiente del factor de mercado está en torno a uno, ofreciendo estadísticos t que indican una clara relevancia de este factor para las diez carteras, como ocurre en el trabajo de los citados autores. El factor de tamaño también se muestra mayoritariamente significativo, exceptuando las dos carteras centrales. Además, su magnitud es decreciente conforme aumenta el tamaño de la cartera que constituye la variable dependiente, reflejando la relación negativa entre rentabilidad y tamaño evidenciada en trabajos anteriores. En cuanto al factor *HML*, es la variable con menos capacidad explicativa de los cambios en las rentabilidades, con pendiente

[4] Es sabido que la utilización de regresores no observables y, por tanto, estimados conlleva errores de medida que podrían provocar varianzas en los estimadores de las gamas menores a las reales e inducir a conclusiones de significatividad incorrectas. Shanken (1996) propuso una corrección para la varianza de los estimadores en la que se tiene en cuenta la variabilidad adicional que surge por la utilización de estimadores como regresores en lugar de variables observables. Sin embargo, no aplicamos dicho ajuste puesto que actúa reduciendo la significatividad de los estimadores y, en este caso, la prima por riesgo no ha resultado relevante.

significativamente distinta de cero sólo para las carteras 1, 2 y 8, al 5%, y para la cartera 6, al 10 % de nivel de significación. Su parámetro, positivo para algunas carteras y negativo para otras sin ninguna pauta de comportamiento, no nos permite concluir sobre el signo de la relación entre rentabilidades y esta variable para los datos de este mercado y en el periodo considerado. A diferencia de lo que ocurre aquí, en Fama y French (1993) el factor tamaño presenta niveles de significatividad muy altos, parecidos a los del mercado, y el factor de BM, aunque no es significativo para 4 de las 25 carteras que constituyen su muestra, para el resto su estadístico t tiene un valor en torno a 13. Por otro lado, la constante aparece como irrelevante para todas las carteras, indicando, en principio, que los tres factores especifican bien el modelo. No ocurre así en Fama y French (1993); los autores encuentran alfas estadísticamente distintas de cero, lo cual implicaría un rechazo en el test conjunto que contrasta la hipótesis de que todos los interceptos son cero[5]. Además, los coeficientes de determinación son altos, en torno al 85 %, aunque algo inferiores a los obtenidos por estos autores.

En lo que se refiere a la estimación de las gamas del modelo en sección cruzada, como podemos observar en la tabla 5, la relación entre las rentabilidades de las carteras y los riesgos del mercado y del tamaño es positiva, mientras que la pendiente respecto de la beta del factor de BM es negativa. Ahora bien, ninguna de las betas de los factores se muestra relevante en la explicación de las rentabilidades de sección cruzada, ofreciendo unos p-valores muy similares que no permiten destacar ninguno de ellos.

Si repetimos las estimaciones anteriores utilizando ahora como índice del mercado la rentabilidad obtenida como la media ponderada por capitalización de las rentabilidades de los activos que componen la muestra, los resultados no son muy distintos. El signo en las relaciones entre rentabilidades y betas no cambia: positivo con las betas del mercado y del tamaño, y negativo con la beta de BM. Las pendientes de las tres betas son menores en magnitud a las del panel A y algo menos relevantes. La constante de la regresión tampoco contiene información sobre las rentabilidades.

Mediante las siguientes líneas podemos resumir los resultados de este modelo. En base a las regresiones de serie temporal, los factores de tamaño y cociente valor contable-valor de mercado, en el sentido de Fama y French (1993) y de acuerdo con sus conclusiones, podrían ser considerados buenas aproximaciones de factores de riesgo comunes para la explicación de la rentabilidad de los activos. Sin embargo, si esto fuera así, sus riesgos, es decir sus betas, deberían resultar variables relevantes en la regresión de sección cruzada, y no ocurre así con los datos de nuestro mercado bursátil. Del

[5] Curiosamente, los autores sólo realizan un test conjunto de las alfas para un total de 32 carteras que incluyen las 25 carteras de activos más 7 carteras de bonos.

mismo modo, Jagannathan y Wang (1996), en un estudio comparativo de modelos de valoración de activos y con una muestra de datos del mercado americano similar a la utilizada por Fama y French (1992,1993), encuentran los coeficientes que acompañan a las betas de las carteras con respecto a un índice ponderado del mercado y a los factores de tamaño y BM no significativos.

A continuación, tenemos la estimación de las primas de riesgo del CAPM condicional. Las variables explicativas de la regresión de sección cruzada se han obtenido con muestras de 60 datos previos al momento de tiempo al que se refiere, mediante las estimaciones siguientes:

$$R_{it} = \alpha_{it} + \beta_{it} R_{mt} + e_{it} \ , \quad \forall t = t-60, t-59, ..., t-1 \tag{17}$$

$$R_{it} = a_{it} + \beta_{it}^{bm} BM_{t-1} + \beta_{it}^{dy} DY_{t-1} + e_{it} \ , \quad \forall t = t-60, t-59, ..., t-1 \tag{18}$$

Después de realizar regresiones con distintas combinaciones de las tres variables que actúan como factores de riesgo en este modelo, la falta de correlación entre la rentabilidad del mercado y el cociente BM o la rentabilidad por dividendos, ha sido la razón por la cual hemos decidido estimar sus pendientes en regresiones independientes. Por la misma razón pero en sentido contrario, las betas de BM y DY se estiman con una única regresión.

Podemos observar en la tabla 5, que la relación entre las rentabilidades de las carteras y la beta del mercado es positiva, como en los modelos anteriores, y aunque tampoco llega a ser significativa a niveles normalmente considerados, su estadístico t es considerablemente superior. Si comparamos este resultado con la estimación para la pendiente de la beta de mercado obtenida por Jagannathan y Wang (1996) o Fama y French (1992), vemos que los niveles de significatividad con datos españoles son mayores. Además, al incorporar otros factores como aquí los agregados BM y DY para la predicción de la prima, se observa un incremento considerable en la pendiente de la beta del mercado con respecto a la estimación en el CAPM estándar: la prima por riesgo pasa de 0.66 % en el modelo tradicional a 1.5 % en este CAPM condicional y el contraste de su significatividad ofrece ahora un p-valor del 16 %. Por tanto, aunque las pruebas no sean lo suficientemente contundentes para afirmar que la solución a los rechazos generalizados de modelos estáticos sea el CAPM condicional analizado aquí, la mejora observada en los resultados sirve para marcar una línea de investigación potencialmente exitosa en valoración. En cuanto a los otros dos factores considerados en el modelo, observamos que presentan pendiente negativa pero tampoco significativa, si bien, la beta del BM es la de mayor importancia, siendo significativamente distinta de cero a un nivel del 15%.

Cuando repetimos las estimaciones utilizando como rentabilidad del mercado la de un índice calculado de forma ponderada en función de la capitalización de los activos de la muestra, observamos, en general, un mejor comportamiento del modelo. Por un lado, la estimación de la constante es menor y aún menos significativa que en el panel A, por otro, las betas de los tres factores considerados ganan relevancia. De nuevo, al igual que ocurría con el índice equiponderado, hemos de destacar la considerable mejora en la importancia de la beta de mercado con respecto al modelo incondicional. Además, podemos ver el favorable cambio que experimenta la pendiente de la beta de BM, que aumenta en magnitud en términos absolutos (pasa de –0.13 a –0.23) y, lo más importante, aparece como variable significativa en la explicación de las rentabilidades en sección cruzada, aunque sólo sea a un nivel del 10 %[6].

El cuarto modelo estimado es la versión multibeta del modelo intertemporal de Campbell (1993). Como en los modelos anteriores, es necesario, en una etapa previa, estimar las betas que luego constituyen las variables explicativas de las regresiones de sección cruzada. En este caso, esta estimación obedece a la descripción de las mismas. Así, con series, que se desplazan en el tiempo, de 60 datos previos al momento en el que se pretende realizar la sección cruzada, se estiman los parámetros del vector autorregresivo que siguen los factores de este modelo.

$$\left.\begin{array}{l} R_{mt} = a_0^m + a_1^m R_{mt-1} + a_2^m BM_{t-1} + a_3^m DY_{t-1} + \varepsilon_t^m \\ BM_t = a_0^{bm} + a_1^{bm} R_{mt-1} + a_2^{bm} BM_{t-1} + a_3^{bm} DY_{t-1} + \varepsilon_t^{bm} \\ DY_t = a_0^{dy} + a_1^{dy} R_{mt-1} + a_2^{dy} BM_{t-1} + a_3^{dy} DY_{t-1} + \varepsilon_t^{dy} \end{array}\right\} \forall t = t-60, t-59, \ldots, t-1 \qquad (19)$$

Una vez estimados los residuos del VAR anterior, calculamos los estimadores de las betas mediante su definición.

$$\hat{\beta}_{\varepsilon it}^{m} = \frac{Cov(r_{it}, \hat{\varepsilon}_t^m)}{Var(\hat{\varepsilon}_t^m)} \quad , \quad \hat{\beta}_{\varepsilon it}^{bm} = \frac{Cov(r_{it}, \hat{\varepsilon}_t^{bm})}{Var(\hat{\varepsilon}_t^{bm})} \quad \text{y} \quad \hat{\beta}_{\varepsilon it}^{dy} = \frac{Cov(r_{it}, \hat{\varepsilon}_t^{dy})}{Var(\hat{\varepsilon}_t^{dy})} \qquad (20)$$

[6] Se podría pensar que la fuerte correlación entre la rentabilidad por dividendos y el cociente valor contable-valor de mercado está restando eficiencia a los estimadores de las primas por riesgo en el modelo. Por ello, repetimos el análisis utilizando ahora como variables predictoras de la prima de mercado BM y los residuos de regresar DY sobre BM. En este caso, los resultados referentes al mercado y BM son prácticamente iguales a los de la tabla 5, y la prima por riesgo de DY disminuye en magnitud y en significatividad.

Como podemos observar en la tabla 5, la pendiente de la beta del mercado es positiva pero no significativa como ha ocurrido con los modelos anteriores. La relación entre las rentabilidades de las diez carteras de tamaño y la beta referida al agregado BM es negativa corroborando los resultados de la estimación del CAPM condicional. En cuanto a la pendiente de la beta de la rentabilidad por dividendos, su signo contradice los resultados del CAPM condicional, en los que era negativa, aunque tampoco ahora se muestra significativa. Este cambio de signo no debe sorprender; tengamos en cuenta dos cuestiones prácticas: por un lado, los regresores del CAPM condicional y del modelo de Campbell no son las mismas variables, en el caso anterior representaban a la sensibilidad de las rentabilidades hacia los factores y aquí miden la sensibilidad de las rentabilidades hacia los residuos de los factores. Por otro, ya hemos podido comprobar que la fuerte vinculación entre BM y DY provoca inestabilidades en la relación de ésta última con las rentabilidades cuando ambas son consideradas a la vez.

Con el índice ponderado (panel B), los resultados son bastante más desalentadores. Por un lado la pendiente de la beta de mercado aumenta en cuantía e importancia, aunque todavía no podemos rechazar la hipótesis de que es una variable irrelevante. El incremento en la importancia de este factor cuando se utiliza el índice ponderado como rentabilidad del mercado se puede observar también en el resto de modelos analizados en este trabajo y es consecuencia del hecho de que sea precisamente el valor el criterio utilizado en la construcción de las carteras cuyas rentabilidades constituyen las variables dependientes. Por el contrario, observamos una pérdida de significatividad en los otros dos factores, sobre todo BM cuya pendiente es prácticamente cero. Hemos de recordar que el requisito para que una variable pueda ser considerada como factor en el modelo de Campbell (1993) es que sea capaz de predecir la rentabilidad del mercado. Los agregados BM y DY se han calculado como media aritmética de las correspondientes variables individuales, y, como pudimos comprobar en Nieto (2001), presentaban esta capacidad de predicción sólo cuando la variable a predecir era el índice equiponderado. De ahí que se muestren irrelevantes, en este caso, en la explicación de las rentabilidades de sección cruzada propuesta por el modelo considerado.

Por último, tenemos la estimación del modelo multifactorial que emplea tres componentes principales asintóticos como aproximaciones de los verdaderos factores de riesgo. Como siempre, las betas, que representan la sensibilidad del activo i a los cambios en el factor de que se trate, son desconocidas y han de estimarse con anterioridad con series de 60 datos previos al momento de cada regresión de sección cruzada mediante las siguientes ecuaciones de serie temporal:

$$\left.\begin{aligned} R_{it} - R_{ft} &= \alpha_{it}^{1} + \beta_{it}^{1} f_{1t} + e_{it} \\ R_{it} - R_{ft} &= \alpha_{it}^{2} + \beta_{it}^{2} f_{2t} + e_{it} \\ R_{it} - R_{ft} &= \alpha_{it}^{3} + \beta_{it}^{3} f_{3t} + e_{it} \end{aligned}\right\} \forall t = t-60, t-59, \ldots, t-1 \qquad (21)$$

Como indican las estimaciones de las gamas de este modelo, ninguna de las variables utilizadas como aproximación de factores de riesgo sistemático se muestra relevante en la explicación de las variaciones de sección cruzada de las rentabilidades, concluyendo en un rechazo del mismo. Evidencia anterior, como la de Connor y Korajczyk (1988) con datos americanos, o Rubio (1995) con datos españoles, anunciaban estos resultados.

Antes de pasar a la estimación MGM de los modelos, podemos hacer un breve comentario sobre los errores de medida que comportan las estimaciones de modelos en los que las variables explicativas no son observables y, por tanto, han de ser estimadas previamente. Shanken (1996) propone una ajuste que corrige la varianza de los estimadores MCO incorporando la variabilidad añadida que supone la utilización de regresores estimados, pudiendo hacer desaparecer la significatividad observada en estimadores sin ajustar. Dados los resultados de los modelos estimados, en principio parece innecesario corregir las varianzas de las primas de riesgo, puesto que no se muestran significativas. Sin embargo, el ajuste siempre aumenta la varianza del estimador cuando el modelo es unifactorial, como el CAPM estándar. Cuando el modelo considera más de un factor, el ajuste depende de las varianzas y covarianzas de los factores y de las primas de riesgo estimadas. En este caso, el ajuste puede incrementar o reducir la varianza del estimador MCO dependiendo de las relaciones entre los factores y de los signos de las primas. En este sentido, hemos creído oportuno calcular el ajuste sólo para el CAPM condicional que es el único caso en el que la corrección podría reducir las varianzas y mostrar primas de riesgo significativas a niveles normalmente establecidos. El resultado es un ligero incremento en las varianzas de las tres primas de riesgo del modelo que apenas modifica sus estadísticos t.

Un análisis comparativo.

En este apartado vamos a comparar los modelos estimados en la sección anterior para establecer una ordenación en función del ajuste a los datos de la muestra empleada. Para ello, los volveremos a estimar utilizando ahora el Método Generalizado de los Momentos (MGM). Esta técnica, como veremos después, nos va a proporcionar una medida de ajuste comparable entre distintos modelos. A continuación, se desarrolla una breve descripción de esta metodología.

4.1. Estimación y contraste.

Consideremos un modelo cualquiera en que la rentabilidad esperada de un activo i en un momento t viene explicada por el conjunto de las betas de ese activo respecto de K factores de riesgo, como son todos los estudiados en este trabajo.

$$E(R_{it}) = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_i^1 + \gamma_2 \beta_i^2 + \ldots + \gamma_K \beta_i^K \qquad (22)$$

Cuando la rentabilidad esperada es una función lineal de las betas de los factores, como es el caso de los modelos analizados aquí, podemos escribir el modelo mediante la ecuación fundamental de valoración, que establece que la esperanza de los rendimientos brutos de los activos descontados a de ser igual a uno para todos ellos.

$$E\left[\tilde{R}_{it}(\delta_0 + \delta_1 R_t^1 + \ldots + \delta_K R_t^K)\right] = 1 \qquad (23)$$

donde $\tilde{R}_{it} = R_{it} + 1$, el término entre paréntesis es el factor de descuento estocástico que, como vemos es función lineal de los rendimientos de los factores del modelo (R_t^k) y

$$\delta_0 = \frac{1}{\gamma_0 + 1}\left[1 + \frac{\gamma_1 E(R_t^1)}{Var(R_t^1)} + \ldots + \frac{\gamma_K E(R_t^K)}{Var(R_t^K)}\right] \text{ y } \delta_k = -\frac{\gamma_k}{(\gamma_0 + 1)Var(R_t^k)} \text{ , } \forall k = 1,2,\ldots,K$$

De esta forma, los diferentes modelos se pueden entender como diferentes especificaciones del factor de descuento. Este término contiene parámetros desconocidos (δ_k), que se pueden estimar exigiendo que los errores de valora (3) implicados por ese factor de descuento estocástico con respecto a los precios de mercado de los activos observados en los datos sean lo más pequeños posible (Hansen (1982)). Este fundamento da lugar a los estimadores MGM. A continuación, describimos esta técnica de estimación y contraste.

Denotamos por $\tilde{R}_t$ al vector columna de N elementos que contiene la rentabilidad bruta de los N activos en el momento t, Y_t es el vector columna de (K+1) elementos en el que el primero es un uno y el resto la rentabilidad de los K factores de riesgo en el momento t, y δ el vector de los (K+1) parámetros.

$$\tilde{R}_t = \begin{pmatrix} \tilde{R}_{1t} \\ \tilde{R}_{2t} \\ \dots \\ \tilde{R}_{Nt} \end{pmatrix} \qquad Y_t = \begin{pmatrix} 1 \\ R_t^1 \\ \dots \\ R_t^K \end{pmatrix} \qquad \delta = \begin{pmatrix} \delta_0 \\ \delta_1 \\ \dots \\ \delta_K \end{pmatrix} \tag{24}$$

El MGM da lugar a estimadores del vector de parámetros tal que la esperanza de los errores del modelo sea igual a cero. Por tanto, se trata de encontrar aquél vector de parámetros para el cual se haga mínima la siguiente forma cuadrática:

$$g'Wg \tag{25}$$

donde $g = E(f_t(\delta))$ y $f_t(\delta) = \tilde{R}_t \delta' Y_t - 1_N$, siendo 1_N un vector N-dimensional compuesto por unos. Se puede demostrar que el estimador resultante tiene la siguiente distribución asintótica:

$$\sqrt{T}(\hat{\delta} - \delta) \xrightarrow{d} N(0,V) \tag{26}$$

siendo $V = \left((\partial f_t / \partial \delta)' W (\partial f_t / \partial \delta)\right)^{-1} (\partial f_t / \partial \delta)' WSW (\partial f_t / \partial \delta) \left((\partial f_t / \partial \delta)' W (\partial f_t / \partial \delta)\right)^{-1}$ y $S = E(f_t(\delta) f_t(\delta)')$.

La matriz W de dimensiones (NxN) y definida positiva se denomina matriz de ponderaciones. Hansen y Singleton (1982) muestran que la matriz de ponderaciones óptima, en el sentido de que minimiza la varianza asintótica de los estimadores, es la inversa de la matriz de varianzas y covarianzas de los errores de valoración del modelo. Así, el valor de la función objetivo en el punto mínimo representa una medida del buen ajuste del modelo a los datos: cuanto más se aproxime a cero mejor será el ajuste, proximidad que se puede contrastar estadísticamente ya que, como muestran los autores, este valor de la función objetivo multiplicado por el tamaño muestral se distribuye asintóticamente como una χ^2 con N-K grados de libertad. Sin embargo, aunque los estimadores resultantes de este procedimiento son eficientes y consistentes, el test de ajuste propuesto por Hansen y Singleton (1982) presenta algunos inconvenientes. Primero, el estadístico del contraste favorece a los modelos con errores altamente variables, porque está inversamente relacionado con la varianza de los mismos. Segundo, este estadístico no puede ser utilizado para comparar la especificación de diferentes modelos porque depende de la matriz de ponderaciones que es distinta entre ellos (Hansen y Jagannathan (1997)).

En respuesta a estos problemas, Hansen y Jagannathan (1997) proponen una medida de ajuste que iguala el máximo error de valoración generado por un modelo en el que los activos tienen los segundos momentos de la rentabilidad iguales a uno, mediante la utilización de una matriz de ponderaciones que dependa exclusivamente de las variables que se pretenden explicar pero no de las variables explicativas, que cambian de modelo a modelo. En concreto, utilizan la inversa de la media de la varianza de las rentabilidades para cada momento del tiempo, en lugar de la varianza estimada de los errores.

$$W = \left[E(R_t R_t')\right]^{-1} \tag{27}$$

Esta es la matriz que utilizaremos en este trabajo. Los estimadores obtenidos siguen siendo consistentes aunque no eficientes, pero, de esta forma, el valor de la función sujeta a la minimización en el punto estimado representa, como antes, una medida de la afinidad entre el modelo establecido y los datos observados, que además es comparable entre modelos: cuanto mayor sea este valor peor ajusta el modelo. Esta medida es conocida como la distancia de Hansen y Jagannathan:

$$Dist = \sqrt{g(\hat{\delta})'Wg(\hat{\delta})} \tag{28}$$

Por último, tan sólo queda indicar como se obtener la distribución asintótica del valor de la función objetivo en el mínimo. La W utilizada en este trabajo generalmente no es óptima y $T(Dist)^2$ no es una χ^2 con N-K grados de libertad. Jagannathan y Wang (1996) muestran, sin necesidad de fuertes supuestos, que esta variable se distribuye asintóticamente como una suma ponderada de (N-K) variables χ^2 con 1 grado de libertad e independientes.

$$T(Dist)^2 \xrightarrow{d} \sum_{j=1}^{N-K} \lambda_j v_j \tag{29}$$

donde los λ_j, las ponderaciones de las (N-K) variables χ_1^2, son los valores propios positivos de la siguiente matriz:

$$A = S^{1/2} W^{1/2} \left[I_N - \left(W^{1/2}\right)' D \left(D' W D\right)^{-1} D' W^{1/2} \right] \left(W^{1/2}\right)' \left(S^{1/2}\right)' \tag{30}$$

siendo I_N una matriz identidad de dimensión N y $D = E(\tilde{R}_t Y_t^{'})$.

A es una matriz cuadrada de dimensión N que, por construcción, tiene exactamente (N-K) valores propios estrictamente positivos. Nótese que si W es la matriz óptima, estos valores propios son todos iguales a uno y la distribución asintótica es entonces la de una χ^2_{N-K}.

En la práctica, una vez tengamos un estimador consistente de S, tendremos un estimador de A y podremos calcular sus valores propios. Posteriormente, la distribución de la suma ponderada de las (N-K) variables v_j (que denotaremos por $u = \sum_{j=1}^{N-K} \lambda_j v_j$), también desconocida, la obtendremos mediante un procedimiento de simulación, generando 500 muestras de estas (N-K) variables χ^2_1 de tamaño T a partir de las cuales calcularemos las 500 muestras de u. Para contrastar la bondad del ajuste del modelo, es decir, la proximidad a cero de la medida T(Dist)^2, se calcula el número de observaciones de cada u que es mayor que la citada medida respecto del total. La media entre las 500 muestras de este porcentaje es el p-valor del contraste.

A continuación, vamos a particularizar la restricción de momentos implicada por el modelo para cada uno de los cinco casos analizados en este trabajo.

i) CAPM estándar:

$$E\left[\tilde{R}_{it}(\delta_0 + \delta_1 R_{mt})\right] = 1$$

ii) Modelo Fama y French:

$$E\left[(\tilde{R}_{it})(\delta_0 + \delta_1 R_{mt} + \delta_2 SMB_t + \delta_3 HML_t)\right] = 1$$

iii) CAPM condicional:

$$E\left[\tilde{R}_{it}(\delta_0 + \delta_m R_{mt} + \delta_{bm} BM_{t-1} + \delta_{dy} DY_{t-1})\right] = 1$$

iv) Modelo de Campbel:

$$E\left[\tilde{R}_{it}(\delta_0 + \delta_m \varepsilon_t^m + \delta_{bm} \varepsilon_t^{bm} + \delta_{dy} \varepsilon_t^{dy})\right] = 1$$

Dado que los factores que aparecen en este modelo son las innovaciones en las variables con capacidad de predicción sobre la rentabilidad futura y se establece que las mismas vienen descritas por un vector autorregresivo,

$$\varepsilon_t^m = R_{mt} - a_0^m - a_1^m R_{mt-1} - a_2^m BM_{t-1} - a_3^m DY_{t-1}$$
$$\varepsilon_t^{bm} = BM_t - a_0^{bm} - a_1^{bm} R_{mt-1} - a_2^{bm} BM_{t-1} - a_3^{bm} DY_{t-1}$$
$$\varepsilon_t^{dy} = DY_t - a_0^{dy} - a_1^{dy} R_{mt-1} - a_2^{dy} BM_{t-1} - a_3^{dy} DY_{t-1}$$

podemos sustituir las expresiones anteriores en la restricción de momentos.

$$E\left[\tilde{R}_{it}(\theta_0 + \delta_m R_{mt} + \delta_{bm} BM_t + \delta_{dy} DY_t + \theta_1 R_{mt-1} + \theta_2 BM_{t-1} + \theta_3 DY_{t-1})\right] = 1$$

Donde

$$\theta_0 = \delta_0 - \delta_m a_0^m - \delta_{bm} a_0^{bm} - \delta_{dy} a_0^{dy} \qquad \theta_1 = -(\delta_m a_1^m + \delta_{bm} a_1^{bm} + \delta_{dy} a_1^{dy})$$
$$\theta_2 = -(\delta_m a_2^m + \delta_{bm} a_2^{bm} + \delta_{dy} a_2^{dy}) \qquad \theta_3 = -(\delta_m a_3^m + \delta_{bm} a_3^{bm} + \delta_{dy} a_3^{dy})$$

De esta forma, se trata de estimar, en este caso, dos vectores de parámetros: δ, que aparecen acompañando a los factores que participan en este modelo, y θ, que son consecuencia del vector autorregresivo que siguen dichos factores, cuyas pendientes también se han de estimar

v) Componentes principales asintóticos:

$$E\left[(\tilde{R}_{it})(\delta_0 + \delta_1 f_{1t} + \delta_2 f_{2t} + \delta_3 f_{3t})\right] = 1$$

4.2. <u>Resultados</u>.

En este punto del capítulo presentaremos los resultados de la estimación de los modelos indicados en el punto anterior mediante el Método Generalizado de los Momentos, así como el contraste de los mismos mediante el estadístico basado en la distancia de Hansen y Jagannathan (1997). Al mismo tiempo, se irán comparando los resultados con los obtenidos por Jagannathan y Wang (1996) (JW). En el trabajo de estos autores, se utiliza esta metodología para analizar y comparar, como aquí, distintos modelos de múltiples betas entre los que están también el CAPM estático, un CAPM condicional y el modelo de Fama y French (1993), entre otros. Ellos utilizan una muestra de rentabilidades mensuales de 100 carteras construidas en función del tamaño y la beta estimada de los activos del NYSE, AMEX y Nasdaq recogidos en CRSP, que se reconstruyen cada año. Comparan dos versiones del CAPM estándar y de un CAPM condicional que se diferencian en la aproximación de la cartera de mercado. Por un lado, la rentabilidad del mercado se aproxima por la rentabilidad de un índice ponderado por valor de los activos de la muestra; como consecuencia de este factor aparece una beta de mercado en el modelo. Por otro, la cartera de mercado se aproxima por una combinación de la rentabilidad del índice anterior y la rentabilidad de los ingresos laborales agregados; en este caso, surgen dos betas. Por último, en la predicción de la prima por riesgo condicional utilizan un diferencial de tipos de interés.

En la tabla 6 podemos ver los estimadores de los coeficientes delta de cada modelo, sus estadísticos t para el contraste de significatividad individual y los p-valores asociados a estos estadísticos. En la columna de la derecha, se ofrece la medida de ajuste del modelo propuesta por Hansen y Jagannathan (1997), referida como HJ, que resulta de multiplicar la función sujeta a la minimización valorada en el punto estimado (esto es la distancia de HJ al cuadrado) por el tamaño muestral. Debajo de esta medida aparece su p-valor, obtenido, como se indicaba antes, a partir de la distribución simulada de una combinación lineal de N-K variables chi-cuadrado con un grado de libertad e independientes. El tamaño muestral es de 144 observaciones (enero de 1987-diciembre de 1998) para todas las pruebas excepto para el CAPM condicional y para el modelo de Campbell en los que se utilizan variables retardadas y, por tanto, es de 143. El número de variables chi-cuadrado (N-K) que se ponderan para obtener la variable de la cual se extraerá su distribución, y el consiguiente p-valor de la distancia HJ, es igual al número de activos (en este caso 10 carteras) menos el número de parámetros del modelo (número de factores más uno). Para los modelos de tres factores, esto es, Fama y Fench, CAPM condicional y modelo de componentes principales asintóticos, N-K es igual a 6, 8 para el CAPM estándar y 3 para el modelo de Campbell.

El primer modelo estimado es el CAPM estándar. Como era de esperar, dados los resultados del apartado 4, la constante del modelo resulta altamente significativa y el factor que representa al mercado, en este caso la rentabilidad del índice equiponderado de los activos de la muestra, no muestra relevancia en la explicación de las rentabilidades de sección cruzada de las carteras. Así ocurre también en la estimación de este modelo realizada por JW. Tanto en el CAPM tradicional como en el que además incorpora los rendimientos del trabajo, encontramos valores altos y muy significativos para la constante y el parámetro del índice de mercado resulta estadísticamente irrelevante. El p-valor del estadístico HJ, en torno al 24 %, no permite rechazar el modelo, a diferencia de lo que ocurre en JW. Quizás este mayor nivel de ajuste se deba a la importancia de la constante, que aquí ofrece un estadístico t de 36.5 Sin embargo debemos recordar que esta medida nos permite la ordenación entre modelos más que obtener conclusiones sobre si el modelo está correctamente especificado con los factores considerados o son necesarios otros.

TABLA 6. Estimación MGM: Comparación entre modelos factoriales

	δ_0	δ_1	δ_2	δ_3	HJ
Panel A: CAPM estándar $E\left[\tilde{R}_{it}(\delta_0+\delta_1 R_{mt})\right]=1$					
Estimador	0.9981	-0.5909			10.3959
Estadístico t	31.399	-0.364			
p-valor	0.000	0.725			0.241
Panel B: Modelo de Fama y French $E\left[(\tilde{R}_{it})(\delta_0+\delta_1 R_{mt}+\delta_2 SMB_t+\delta_3 HML_t)\right]=1$					
Estimador	0.9916	-0.9635	0.6190	1.6608	10.338
Estadístico t	22.117	-0.413	0.185	0.136	
p-valor	0.000	0.694	0.859	0.896	0.117
Panel C: CAPM condicional $E\left[\tilde{R}_{it}(\delta_0+\delta_m R_{mt}+\delta_{bm} BM_{t-1}+\delta_{dy} DY_{t-1})\right]=1$					
Estimador	-2.1827	1.7007	-3.3599	186.745	3.9876
Estadístico t	-0.593	0.496	-1.279	1.185	
p-valor	0.575	0.637	0.248	0.281	0.948
Panel D: Modelo de Campbell $E\left[\tilde{R}_{it}(\theta_0+\delta_m R_{mt}+\delta_{bm} BM_t+\delta_{dy} DY_t+\theta_1 R_{mt-1}+\theta_2 BM_{t-1}+\theta_3 DY_{t-1})\right]=1$					
Estimador	-2.0090	-0.5139	6.3037	43.070	1.228
Estadístico t	-0.403	-0.098	0.175	0.118	
p-valor	0.714	0.928	0.872	0.914	0.911
Panel E: Modelo de componentes principales asintóticos $E\left[(\tilde{R}_{it})(\delta_0+\delta_1 f_{1t}+\delta_2 f_{2t}+\delta_3 f_{3t})\right]=1$					
Estimador	0.9841	-0.4536	0.6554	1.4608	9.184
Estadístico t	53.650	-0.320	0.423	0.632	
p-valor	0.000	0.760	0.687	0.551	0.216

En esta tabla se ofrecen los resultados de la estimación por MGM de las regresiones de sección cruzada indicadas en cada panel, para explicar la rentabilidad bruta mensual de 10 carteras construidas por capitalización en el periodo comprendido entre enero de 1987 y diciembre de 1998. El modelo del panel A es un CAPM estándar, por tanto consta de un único factor que es la rentabilidad de un índice del mercado. En el modelo de Fama y French se consideran tres factores: el exceso de rentabilidad de la cartera de mercado sobre un activo libre de riesgo, y la rentabilidad de dos carteras que replican factores relacionados con el tamaño y el cociente valor contable-valor de mercado de los activos. El CAPM condicional contiene tres factores: la rentabilidad del mercado y dos agregados que surgen como predictores de la prima por riesgo y por tanto van referidos a un periodo anterior, que son la rentabilidad por dividendos y el cociente entre el valor contable y el valor de mercado de todas las empresas de la muestra. El modelo de Campbell también viene especificado, en este caso, por tres factores: la rentabilidad del mercado, y dos variables con capacidad predictiva de la rentabilidad futura, que son la rentabilidad por dividendos y el cociente valor contable-valor de mercado, ambos agregados. En la estimación de este modelo, realmente aparecen seis variables explicativas además de la constante. Las tres restantes son las mismas variables, enunciadas antes, retardadas un periodo y surgen como consecuencia de su especificación mediante un vector autorregresivo. Los parámetros de estas variables retardadas no se presentan. Por último, consideramos un modelo general con tres factores cualesquiera, utilizando como aproximaciones de los mismos los componentes principales asintóticos de la varianza de la rentabilidad de los activos. En la columna de la derecha se muestra el estadístico propuesto por Hansen y Jagannathan para contrastar el ajuste del modelo y que se calcula como el valor de la función minimizada, esto es el cuadrado de la llamada distancia HJ, multiplicada por el tamaño muestral. Debajo aparece su p-valor, obtenido simulando su distribución mediante 500 repeticiones.

El siguiente modelo analizado es el de Fama y French (1993). De nuevo, y como se anunciaba mediante la estimación en dos etapas a la Fama y MacBeth, ninguno de los tres factores, ni el mercado, ni las carteras basadas en tamaño y BM, resultan estadísticamente significativos, y la constante, como en el caso del CAPM estándar, recoge la mayor parte de la información de las rentabilidades. Jagannathan y Wang obtienen resultados similares: sólo el coeficiente de SMB presenta cierta relevancia, importancia que desaparece cuando se incluyen en el modelo los factores relacionados con los rendimientos del trabajo y el diferencial de tipos de interés. El p-valor del estadístico de ajuste es similar al caso anterior.

En cuanto a las estimaciones de los coeficientes del CAPM condicional, lo primero que cabe resaltar es la pérdida de significatividad de la constante con respecto a los dos modelos anteriores, cosa que ya podíamos apreciar en la estimación a la Fama y MacBeth. Por otro lado, el mercado sigue sin ser un factor de riesgo relevante y los dos factores que surgen como consecuencia de suponer primas de riesgo variables son los que capturan la mayor parte de la variabilidad de las rentabilidades, mostrándose significativos a niveles en torno al 25%. Del mismo modo ocurre en las estimaciones de las dos versiones de CAPM condicional, con y sin capital humano, de JW, en las que el factor que predice la prima es el más significativo, aunque con niveles algo mejores a los obtenidos aquí. El estadístico HJ confirma los resultados obtenidos, indicando que la diferencia media entre las rentabilidades observadas y las generadas por este modelo es cero con una probabilidad del 95 %. En JW este es el único modelo para el cual no se rechaza el contraste de ajuste[7].

A continuación, el cuarto modelo estimado es un modelo intertemporal que desemboca en uno de múltiples betas debido a la sustitución, propuesta por Campbell (1993), del consumo agregado por variables que sean capaces de predecir la rentabilidad. Como se ha indicado en la sección anterior, la estimación MGM de este modelo parte de una restricción de momentos con siete parámetros: una constante, los tres parámetros delta que acompañan a los factores propiamente dichos del modelo y otros tres parámetros que acompañan a los factores retardados y que surgen debido a la especificación de los mismos mediante un vector autorregresivo. En el panel D de la tabla sólo se presentan las estimaciones de la constante y de los tres parámetros principales, denotados por delta en la descripción teórica anterior. Como vemos, ningún parámetro resulta significativo, si bien, el valor de la distancia es muy pequeño (1.22) y cuyo p-valor es similar al obtenido con el modelo condicional.

[7] Los resultados de esta estimación del modelo utilizando como factores la rentabilidad del mercado, el cociente BM y los residuos de regresar DY sobre BM son muy similares, ofreciendo un valor para la distancia HJ todavía menor (3.71).

El último modelo es el que utiliza como factores los tres primeros componentes principales asintóticos de la matriz de varianzas y covarianzas de las rentabilidades de los activos. Del mismo modo que ocurre con el CAPM y el modelo de Fama y French (1993), los resultados corroboran los obtenidos con la metodología Fama y MacBeth: la constante es la única variable que tiene algún papel explicativo en el modelo. El p-valor del estadístico HJ es incluso menor que el obtenido para el CAPM.

Resumiendo las líneas anteriores, de los cinco modelos multibeta analizados aquí, el que mejor se comporta es un CAPM condicional en el que además del riesgo de mercado se tiene en cuenta el riesgo adicional derivado de la variabilidad de la beta tradicional, variabilidad que se va a aproximar considerando la afectación de dos agregados, cociente valor contable-valor de mercado y rentabilidad por dividendos, a los cambios en la prima por riesgo futura. Este resultado ya se evidenciaba en el análisis anterior con la metodología de Fama y MacBeth, donde obteníamos una relativa mayor significatividad para todas las variables explicativas, resaltando la mejora en el coeficiente de la beta de mercado con respecto a modelos incondicionales. En segundo lugar, y con niveles de ajuste también muy altos, se encuentra el modelo de Campbell (1993). No es coincidencia que ambos utilicen los mismos factores de riesgo sistemático, aunque su fundamento sea distinto. Por último, se encontrarían los tres modelos restantes, cuya ordenación entre sí, además de no ser rotunda, resulta ya innecesaria. Tanto el CAPM estándar, el modelo de tres factores de Fama y French (1993), como el modelo en el que los tres factores se aproximan con componentes principales asintóticos, presentan insignificatividad en los factores de riesgo que consideran, tanto en base a los resultados MGM como a los de la estimación MCO en dos etapas. Los p-valores del estadístico de ajuste basado en la distancia de Hansen y Jagannathan (1997) son muy similares en los tres modelos, en torno al 20%, y considerablemente menores a los de los dos modelos anteriores.

5. Conclusiones.

Desde las bases de una incorrecta especificación del CAPM apoyada en la evidencia empírica, una gran parte de la teoría de valoración de activos se ha dedicado a la búsqueda de variables que supongan fuentes de riesgo común y diferentes al riesgo de mercado, que puedan explicar los cambios en las rentabilidades medias. Así surgen los modelos de múltiples factores de riesgo, en contraposición al tradicional CAPM de factor único. Los fundamentos que originan modelos multifactoriales son diversos. En este trabajo hemos escogido cuatro modelos de más de un factor que, a nuestro entender, pueden considerarse representantes de cada uno de los tipos de modelos desarrollados en ésta última década del siglo XX y que surgen desde esas distintas filosofías. Estos son: el modelo de tres factores de Fama y French (1993); un CAPM condicional (Jagannathan y Wang (1996)), en el que se utilizan los agregados rentabilidad por dividendos y cociente valor contable-valor de mercado como predictores de la prima de mercado; un modelo intertemporal (Campbell (1993)), en el que el consumo se sustituye por los agregados anteriores, entendiendo ahora que pueden predecir la rentabilidad; y un modelo multifactorial general en el que los factores no son variables previamente identificadas, sino que son aproximados mediante la técnica de los componentes principales asintóticos de Connor y Korajczyk (1988).

Los resultados de la estimación de las regresiones de sección cruzada de las rentabilidades de diez carteras de tamaño sobre las betas de los factores considerados reflejan diferencias sustanciales entre los distintos modelos analizados, y aunque no son todo lo satisfactorios que nos gustaría, nos permiten extraer conclusiones importantes en el ámbito de la valoración que resumimos a continuación.

Aunque la evidencia empírica muestra que características como el tamaño o el cociente entre el valor contable de una empresa y su valor de mercado sí imponen pautas de comportamiento en la rentabilidad de las acciones de tal empresa (Fama y French (1992) o Kothari, Shanken y Sloan (1995)), afirmar que estas características constituyen la base de factores de riesgo sistemático no es tan trivial. En el contraste de sección cruzada a la Fama y MacBeth del modelo de Fama y French (1993) podemos comprobar que ninguna de las dos carteras de tamaño y BM representan riesgos que determinen las rentabilidades, y con niveles de *insignificatividad* muy parecidos a los del riesgo de mercado. Con esto no pretendemos asegurar que el modelo de estos autores esté incorrectamente especificado; es cierto que nuestra serie temporal no es excesivamente larga y que se refiere a un mercado muy particular, si bien, los resultados de este mismo contraste para datos del mercado americano aportados por Jagannathan y Wang (1996) corroboran los nuestros. Asimismo, estos resultados ponen en duda la utilización del modelo de Fama y French como forma de ajustar el riesgo en trabajos de impacto de sucesos, evaluación de fondos de inversión y otros. En general, parece evidente que la extensa utilización de modelos incondicionales es ciertamente cuestionable.

El modelo con factores aproximados por componentes principales asintóticos tampoco ofrece buenos resultados: ninguna de las betas de los tres factores considerados contiene información sobre los cambios en las rentabilidades de sección cruzada. En este sentido, los resultados no deben sorprender. La variabilidad de los factores prácticamente replica la de la rentabilidad del mercado (correlaciones del 98 %), cuya beta se muestra irrelevante en modelos estáticos e incondicionales.

Resultados algo más alentadores se obtienen con el CAPM condicional y el modelo de Campbell (1993). En ambos, podemos apreciar la predominancia del ratio valor contable-valor de mercado agregado como factor de riesgo común, aunque los niveles de significatividad no alcanzan los normalmente establecidos. Para el CAPM condicional, la pendiente de la beta de BM es negativa y significativa al 10 %, cuando se utiliza el índice ponderado por valor para la estimación de la beta de mercado. Además, es en este modelo donde la beta del mercado ofrece los menores p-valores de todos los modelos analizados. En Jagannathan y Wang (1996) el riesgo de mercado también se muestra mucho más relevante cuando se incluye la beta de la prima como consecuencia del carácter condicional del modelo. Quizás el mercado no sea tan incompetente como muestra la historia, sino que un modelo estático impone supuestos sobre su beta excesivamente irreales. En la caracterización del modelo condicional se relaja uno de estos supuestos al permitir que el riesgo beta cambie con el ciclo de negocios. De esta forma, se otorga a la beta un doble papel: por un lado, representa el riesgo de la empresa en sí, reflejado en los comovimientos de su rentabilidad con el mercado; por otro, incorpora un riesgo adicional derivado de las distintas condiciones económicas en las que se encuentra la empresa en los diferentes momentos de tiempo.

Otra cuestión conflictiva ampliamente tratada en la literatura es la aproximación de la rentabilidad de la cartera que representa al mercado. En este sentido, considerar que la rentabilidad de la riqueza agregada viene determinada únicamente por la rentabilidad de los activos financieros es bastante restrictivo. Una posible solución, que ofrece aproximaciones más razonables, propone la consideración, además, de la rentabilidad del capital humano (Mayers (1972)). Los trabajos en esta línea ofrecen mejores resultados. Así por ejemplo, en Jagannathan y Wang (1996), el modelo condicional que incluye rendimientos de un índice de mercado y rendimientos de los ingresos laborales agregados es el que mejor se comporta, ofreciendo los mayores p-valores en el test de ajuste y coeficientes significativos para la segunda variable, tanto en la estimación MCO en dos etapas, como con los estimadores MGM. No descartamos la futura consideración de esta variable en la aproximación de la rentabilidad de la riqueza para hacer un estudio más completo del modelo condicional analizado aquí.

Por último, un análisis comparativo mediante la medida de ajuste propuesta por Hansen y Jagannathan (1997) reafirma las conclusiones extraídas con la metodología de Fama y MacBeth. Los modelos que, de alguna forma, tienen en cuenta que el futuro no se acaba al final de este periodo son los que mejor reflejan la realidad de los precios de las acciones de nuestro mercado. Así, el modelo intertemporal de Campbell (1993) o el condicional de Jagannathan y Wang (1996) obtienen p-valores en el contraste de ajuste del 91 y el 95 % respectivamente, frente al 20 % de los modelos estáticos.

Referencias bibliográficas.

Banz, R. (1981), “The Relation between Return and Market Value of Common Stocks”. *Journal of Financial Economics*, 9, pp. 3-18.

Basu, S. (1983), “The Relationship between Earnings Yield, Market Value, and Return for NYSE Common Stocks: Further Evidence”. *Journal of Financial Economics*, 12, pp. 129-156.

Bernanke, B.S. (1990), “On the Predictive Power of Interest Rates and Interest Rate Spreads”. *New England Economic Review*, Nov-Dic., pp. 51-68.

Black, F., Michael Jensen y Myron Scholes (1972), "The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests". En *Studies in the Theory of Capital Merkets*, New York, Praeger Publishers, pp. 79-121.

Breeden, D.T. (1979), “An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities”. *Journal of Financial Economics*, 7, pp. 265-269.

Campbell, J. (1993), “Intertemporal Asset Pricing without Consumption Data”. *American Economic Review*, 83, pp. 487-512.

Chamberlein, G. y Michael Rothschild (1983), "Arbitrage and Mean Variance Analysis on Large Asset Markets". *Econometrica*, 51, 1281-1304.

Chen, N-F., Richard Roll y Stephen A. Ross, (1986), “Economic Forces and the Stock Market”. *Journal of Business*, 59, pp. 383-404.

Connor, G. y Robert A. Korajczyk (1986), “Performance Measurement with the Arbitrage Pricing Theory: A New Framework for Analysis”. *Journal of Financial Economics*, 15, pp. 373-394.

Connor, G. y Robert A. Korajczyk (1988), “Risk and Return in an Equilibrium APT: Application of a new Test Methodology”. *Jopurnal of Financial Economics*, 21, pp. 255-290.

Dybvig, P.H. y Jonathan E. Ingersoll (1982), “Mean-Variance Theory in Capital Markets”. *Journal of Business*, 55, pp. 233-251.

Epstein, L. y Stanley E. Zin (1989), “Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns: A Theoretical Framework”. *Econometrica*, 75, pp. 937-968.

Fama, E. y James D. MacBeth (1973), "Risk, Return and Equilibrium: Empirical Tests". *Journal of Political Economy*, 81, pp. 607-636.

Fama, E.F. y Kenneth R. French (1992), “The Cross-section of Expected Returns”. *Journal of Finance,* 47, pp. 427-465.

Fama, E.F. y Kenneth R. French (1993), “Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds”. *Journal of financial Economics,* 33, pp. 3-56.

Gibbons, M. (1982), "Multivariate Tests of Financial Models: A New Approach". *Journal of Financial Economics*, 10, pp. 3-27.

Hansen, L. (1982), “Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators”. *Econometrica,* 50, pp. 1029-1054.

Hansen, L. y Kenneth Singleton (1982), “Generalized Instrumental Variables Estimation of Nonlinear Rational Expectation Models”, *Econometrica,* 50, pp. 1269-1288.

Hansen, L.P. y Ravi Jagannathan (1997), “Assessing Specific Errors in Stochastic Discount Factor Models”. *Journal of Finance*, 52, pp. 557-590.

Jagannathan, R. y Zhenyu Wang (1996), “The Conditional CAPM and the Cross-section of Expected Returns”. *Journal of Finance*, 51, pp. 3-53.

Jegadeesh, N. y Sheridan Titman (1993), “Returns to Buying Winners and Selling Losers: Implications for Stock Market Efficiency”. *Journal of Finance*, 48, pp. 65-91.

Lintner, J. (1965), "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets". *Review of Economics and Statistics*, 47, pp. 13-37.

Markowitz, H. (1959), *Portfolio Selecction: Efficient Diversification of Investments*, John Wiley, New York.

Mayers, D. (1972), "Nonmarketable Assets and Capital Market Equilibrium under Uncertainty", en Michael C. Jensen, eds. *Studies in Theory of Capital Markets*, Praeger, New York.

Merton, R. (1973), “An Intertemporal Asset Pricing Model”. *Econometrica*, 41, pp. 867-887.

Nieto, B. (2001), "Un Modelo de Valoración Intertemporal de Activos sin Consumo: Análisis Empírico para el Mercado Español de Valores". *Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas*, WP-EC 2001-02.

Rosenberg, B., Kenneth Reid y Ronald Lanstein (1985), “Persuasive Evidence of Market Inefficiency”. *Journal of Portfolio Management*, 11, pp. 9-17.

Ross, S.A. (1976), "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing". *Journal of Economy Theory*, 13, pp. 341-360.

Rubio, G. (1988), “Further International Evidence on Asset Pricing: The Case of the Spanish Capital Market”, *Journal of Banking and Finance*, 12, pp. 221-242.

Rubio, G. (1995), “Further Evidence on Performance Evaluation: Portfolio Holdings, Recommendations, and Turnover Costs”, *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 5, pp. 127-153.

Sentana, E. (1995), "Riesgo y Rentabilidad en el Mercado Español de Valores", *Moneda y Crédito* 200, pp. 133-167.

Shanken, J. (1985). “Multivariate Tests of the Zero-Beta CAPM”, Journal of Financial Economics 14, pp. 327-348.

Shanken, J. (1996), “Statistical Methods in Test of Portfolio Efficiency: A Synthesis”, in Hadbook of Statistics, 14, eds. *S. Maddala y C. Rao, Elsevier Sciences*.

Shanken, J. y Mark Weinstein (1990), “Macroeconomic Variables and Asset Pricing: Estimation and Test”. Working Paper, *University of Rochester.*

Sharpe, W. (1964), "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk". *Journal of Finance*, 19, pp. 425-442.

Stock, J. y Mark Matson (1989), “New Indexes of Coincident and Leading Economic Indicators”, in Oliver J. Blanchard and Stanley Fischer, eds. *NBER Macroeconomics Annual.*

Weil, P. (1989), "The equity Premium Puzzle and the Risk-Free Rate Puzzle". *Journal of Monetary Economics*, 24, pp. 401-421.